PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 23/24. 1./15. Dezember 1920. Redaktionsschluß für No. 1 am 20. Dezember 1920. 21. Jahrgang.

Vorträge und Diskussionen der 86. Naturforscherversammlung in Nauheim vom 19.—25. September 1920:

H. Weyl, Elektrizität und Gravitation. S. 649.

G. Mie, Das elektrische Feld eines um ein Gravitationszentrum rotierenden geladenen Partikelchens. S. 651.

M. v. Laue, Theoretisches über neuere optische Beobachtungen zur Relativitätstheorie. S. 659.

L. Grebe, Über die Gravitationsverschiebung der Fraunhoferschen Linien. S. 662.

H. Dingler, Kritische Bemerkungen zu den Grundlagen der Relativitätstheorie. S. 668.

F. P. Liesegang, Ein Schaubild zur Darstellung der Zeit-Raum-Verhältnisse in der speziellen Relativitätstheorie. S. 675.

F. Ehrenhaft, Über die Atomistik der Elektrizität und die Erscheinungen an einzelnen radioaktiven Probekörpern der Größenordnung 10^{-5} cm. S. 675.

K. Konstantinowsky, Über eine Methode zur Ausführung und quantitativen Verfolgung chemischer Reaktionen an Massen bis zu 10^{-11} g. S. 689.

W. Lenz, Über einige speziellere Fragen aus der Theorie der Bandenspektren. S. 691.

Chr. Füchtbauer u. G. Joos, Die Verbreiterung der Quecksilberlinie 2537 durch Gase von verschiedener Dichte. S. 694.

B. Jirotka, Eine besondere Strahlenart und ihre Messung. S. 699.

Originalmitteilungen:

H. Rohmann, Elektrische Kontakte. II. S. 699.

K. Bennewitz, Über die elastische Nachwirkung. S. 703.

M. Toepler, Messungen und Beobachtungen an Polbüscheln gleitender Entladung. S. 706.

J. Kirchhof, Das periodische System der Elemente im Lichte der Theorie des radioaktiven Zerfalls. S. 711.

G. Wulff, Über die Natur der Spaltbarkeit der Kristalle. S. 718.

Besprechungen:

M. Lindow, Integralrechnung. S. 720.

O. Prölß, Graphisches Rechnen. S. 720.

Personalien. S. 720.

VORTRÄGE UND DISKUSSIONEN VON DER 86. NATURFORSCHERVERSAMMLUNG IN NAUHEIM VOM 19.—25. SEPTEMBER 1920.

H. Weyl (Zürich), Elektrizität und Gravitation.

Weniger ein Referat über die vom Vortragenden herrührende „erweiterte Relativitätstheorie", welche nicht nur die Gravitations-, sondern auch die elektromagnetischen Erscheinungen weltgeometrisch deutet, ist beabsichtigt, als: einige Punkte dieser Theorie zur Diskussion zu bringen, welche am meisten der Aufklärung zu bedürfen scheinen.

I. Die Einsteinsche Gravitationstheorie löste das Dilemma zwischen dem evidenten Prinzip von der Relativität der Bewegung und der Existenz der Trägheitskräfte dadurch, daß sie an dem Begriff der Parallelverschiebung eines Vektors im Unendlichkleinen festhielt. Die Welt ist eine vierdimensionale „affin zusammenhängende" Mannigfaltigkeit; der affine Zusammenhang ein Kraftfeld von physikalischer Realität. Die Gleichheit von schwerer und träger Masse zeigt, daß die Gravitationswirkungen auf Rechnung dieses Kraftfeldes kommen. Die Übertragung eines Vektors längs eines Weges durch Parallelverschiebung von Punkt zu Punkt ist abhängig vom Wege („nicht integrabel").

II. Die Tatsache der Wirkungs-, insbesondere der Lichtausbreitung führt dazu, den affinen Standpunkt auf den tiefer liegenden metrischen zu fundieren. In der Nachbarschaft eines Weltpunktes scheidet der Kegel

$$\sum g_{ik}\, dx_i\, dx_k = 0 \qquad (*)$$

voneinander Vergangenheit und Zukunft; daher die Maßbestimmung: zwei Vektoren ξ^i bestimmen dann und nur dann dieselbe Strecke, wenn für sie die Maßzahl $l = g_{ik}\xi^i\xi^k$ den gleichen Wert besitzt. Erst nach Festlegung des in der Form (*) willkürlich bleibenden Zahlfaktors (Eichung) kommt jeder Strecke eine bestimmte Maßzahl zu. Im Gegensatz zu Riemann und Einstein, welche annehmen, daß eine Strecke in O unmittelbar in die Ferne und an sich eine ihr „kongruente" Strecke an der endlich entfernten Stelle O' eindeutig determiniert, erlaubt das Prinzip von der Relativität der Größe nur eine kontinuierliche Übertragung von Punkt zu Punkt längs eines Weges, die a priori nicht integrabel zu sein braucht. Dieser metrische Zusammenhang wird charakterisiert durch eine lineare Differentialform $\sum \varphi_i\, dx_i$; neben die Koordinaten- tritt die Eichinvarianz. Die Metrik („der Zustand des Feldäthers") bestimmt eindeutig den affinen Zusammenhang (das „Gravitationsfeld").

III. Wenn die Weltstrecken, welche eine Uhr während je einer (sehr klein zu wählenden) Periode zurücklegt, auseinander durch kongruente

Verpflanzung hervorgehen, so müßte ihre Ganggeschwindigkeit von der Vorgeschichte abhängen; die Frequenzen des von den Atomen ausgestrahlten Lichtes zeigen das Gegenteil. Ebensowenig erfährt ein ruhender Maßstab in einem statischen Feld eine kongruente Verpflanzung. Dies ist jedoch kein Einwand gegen die Theorie; denn sie behauptet nichts über das Verhalten wirklicher Maßstäbe, Uhren und Atome. Eine Größe in der Natur kann sich bestimmen durch Beharrung oder durch Einstellung. Beispiel: Der Achse eines rotierenden Kreisels kann man eine willkürliche Anfangsrichtung erteilen, diese überträgt sich dann aber, wenn der Kreisel sich selbst überlassen, durch eine von Moment zu Moment wirksame Beharrungstendenz (Parallelverschiebung); hingegen bestimmt sich die Richtung einer Magnetnadel im Magnetfeld durch Einstellung. Während affiner und metrischer Zusammenhang a priori festliegen, wie Vektoren und Strecken sich ändern, wenn sie rein der Beharrungstendenz folgen, bestimmen sich Ladung des Elektrons, Atomfrequenzen und Länge eines Maßstabs durch Einstellung. Die theoretische Möglichkeit einer Längenbestimmung durch Einstellung ist gegeben durch jene natürliche, ausgezeichnete, einheitliche Eichung über die ganze Welt hin, für welche die Weltkrümmung $R = \text{const}$ wird.

IV. Die φ_i sind nichts anderes als die elektromagnetischen Potentiale. Wie die Koordinateninvarianz aufs engste zusammenhängt mit den Erhaltungssätzen für Energie und Impuls, so der 5. Erhaltungssatz, der der Elektrizität, mit der Eichinvarianz.

V. Das erkenntnistheoretische Prinzip von der Relativität der Größe führt mit zwingender Notwendigkeit zu der hier vertretenen Theorie. Die unter IV. erwähnten Zusammenhänge sind eine starke Stütze dafür von formal-mathematischem Charakter. Wie steht es nun endlich mit der physikalischen Bewährung? — Jedes Naturgesetz läßt sich sowohl koordinaten- als eichinvariant formulieren; zu einem Führer für die Aufstellung der Naturgesetze werden die Prinzipien der Koordinaten- und Eichinvarianz erst durch die Annahme, daß die Gesetze in beliebigen Koordinaten und bei beliebiger Eichung eine einfache mathematische Form haben. Die einzig mögliche, aber auch völlig zureichende Bewährung der Theorie ist also die, daß sich die Konsequenzen eines in einfacher rationaler Weise aus den Zustandspotentialen g_{ik}, φ_i koordinaten- und eichinvariant aufgebauten Wirkungsprinzips mit der Erfahrung in Übereinstimmung befinden. — Die Wirkungsgröße der Maxwellschen Theorie ist eichinvariant. Das mittels der natürlichen Eichung ($R = \text{const}$) gemessene Volumen führt, wenn es als Wirkungsgröße benutzt wird, zu der Einsteinschen Gravitationstheorie. Es kommt aber hinzu: 1. Einsteins kosmologisches Glied; es ergibt sich zwangsläufig, während es bei Einstein eine ad hoc gemachte Annahme ist; und während Einstein eine prästabilierte Harmonie zwischen seiner kosmologischen Konstanten und der Weltmasse annehmen muß, wird hier durch die zufällig vorhandene Gesamtmasse der Radius des Weltraums bestimmt; 2. im Falle der Wirksamkeit eines elektrischen Potentials ein weiteres kosmologisches Glied, das für das Problem der Materie von Bedeutung ist.

Geringfügig ist der physikalische Ertrag der Theorie, da die Abweichungen von dem längst Bekannten und Bestätigten von „kosmologischer" Kleinheit sind; bedeutend der philosophische, der Gewinn an Einsicht in das Wesen der Naturkräfte. Die Notwendigkeit des ganzen Aufbaus, insbesondere der Gültigkeit des „Pythagoras", kann auf gruppentheoretischem Wege noch wesentlich tiefer begründet werden, als es hier geschah.

Diskussion.

Pauli: Keiner der bisherigen Theorien des Elektrons, auch nicht der Einsteinschen (Berl. Ber. 1919) ist es bisher gelungen, das Problem der elektrischen Elementarquante befriedigend zu lösen, und es liegt nahe, nach einem tieferen Grund dieses Mißerfolges zu suchen. Ich möchte nun diesen Grund darin suchen, daß es überhaupt unstatthaft ist, das elektrische Feld im Innern des Elektrons noch als stetige Raumfunktion zu beschreiben. Die elektrische Feldstärke ist definiert als die Kraft auf einen geladenen Probekörper und, wenn es keine kleineren Probekörper gibt, als das Elektron (bzw. den N-Kern), scheint der Begriff der elektrischen Feldstärke in einem bestimmten Punkt im Innern des Elektrons, mit welchem alle Kontinuumstheorien operieren, eine leere, inhaltlose Fiktion zu sein, der nichts Wirkliches entspricht. Ähnliches könnte man von der Raummessung sagen, da es keine beliebig kleinen Maßstäbe gibt. Ich möchte deshalb Herrn Prof. Einstein fragen, ob er der Auffassung zustimmt, daß man die Lösung des Problems der Materie nur von einer Modifikation unserer Vorstellungen vom Raum (vielleicht auch von der Zeit) und vom elektrischen Feld im Sinne des Atomismus erwarten darf, oder ob er die angeführten Bedenken nicht für stichhaltig hält und die Ansicht vertritt, daß man an den Grundlagen der Kontinuumstheorien festhalten muß.

Einstein: Mit fortschreitender Verfeinerung des wissenschaftlichen Begriffssystems

wird die Art und Weise der Zuordnung der Begriffe von den Erlebnissen immer komplizierter. Hat man in einem gewissen Studium der Wissenschaft gesehen, daß einem Begriff ein bestimmtes Erlebnis nicht mehr zugeordnet werden kann, so hat man die Wahl, ob man den Begriff fallen lassen oder ihn beibehalten will; in letzterem Falle ist man aber gezwungen, das System der Zuordnung der Begriffe zu den Erlebnissen durch ein komplizierteres zu ersetzen. Vor diese Alternative sind wir auch hinsichtlich der Begriffe der zeitlichen und räumlichen Entfernung gestellt. Die Antwort kann nach meiner Ansicht nur nach Zweckmäßigkeitsgründen gegeben werden; wie sie ausfallen wird, erscheint mir zweifelhaft.

Reichenbächer hebt hervor, daß 1. die Eichinvarianz an die Seite der Koordinateninvarianz getreten ist und daß 2. der Krümmungsradius R konstant gesetzt wird, nachdem er bereits ins Wirkungsprinzip eingegangen ist. Ist es möglich, die natürliche Eichung an späterer Stelle einzuführen, so daß die Feldgleichungen auch eichinvariant sind? Er stellt ferner zur Diskussion die Einführung des dualen Vektors.

Weyl: In gewissem Sinne ist es zweckmäßig, in beliebiger Eichung zu operieren. Nur um den Anschluß an die bisherige Theorie zu gewinnen, ist es gut, jene besondere Eichung vorzunehmen. Was den zweiten Punkt betrifft, so halte ich die Einführung eines dualen Feldvektors für bedenklich, weil dadurch die Auszeichnung eines Schraubensinnes eingeht, wofür mir keine Tatsache zu sprechen scheint.

Einstein: Bei der Aufstellung meines Begriffssystems ist es für mich maßgebend gewesen, elementare Erfahrungen in Zeichensprache zu bringen. Die zeit-räumlichen Abstände sind mit Hilfe von Maßstäben und Uhren physikalisch definiert. Betrachte ich zwei Gebilde (Maßstäbe bzw. Uhren), so ist ihre Gleichheit erfahrungsgemäß unabhängig von ihrer Vorgeschichte. Hierauf beruht die Möglichkeit, zwei benachbarten Weltpunkten eine Zahl ds zuzuordnen, welche physikalische Bedeutung besitzt. Indem die Weylsche Theorie auf diese empirisch begründete Zuordnung verzichtet, beraubt sie die Theorie einer ihrer solidesten empirischen Stützen und Prüfungsmöglichkeiten. Da ich vorläufig keinen plausiblen Grund dafür sehe, daß jene Fundamentaleigenschaft der Naturobjekte in der Grundlage des Weylschen Gedankensystems steckt, stehe ich der Weylschen Theorie als Physiker skeptisch gegenüber.

Mie weist auf einen wesentlichen Unterschied zwischen Weylscher und Einsteinscher Theorie hin, indem er die Anschaulichkeit betont, welche die Einsteinsche Theorie durch die Anwendung der Riemannschen Geometrie bekommt, welche aber der Weylschen Theorie, soviel man sehen kann, fehlt. Man könnte vielleicht denken, daß sich die Einsteinsche Theorie auch in anschaulicher Weise verallgemeinern ließe dadurch, daß man dem symmetrischen Tensor des Gravitationspotentials einen antisymmetrischen Tensor hinzufügte, der den Sechservektor des elektromagnetischen Feldes repräsentierte. Aber eine genauere Überlegung zeigt, daß man so zu keiner vernünftigen Weltfunktion kommt.

Weyl: Ich kann mir den Riemannschen Raum eingebettet denken, in einen euklidischen Raum; das geht bei einem allgemeineren metrischen Raume natürlich nicht. Aber die „Projektion" auf einer vierdimensionalen euklidischen ist bei mir ebensogut möglich wie bei Riemann.

Gustav Mie (Halle), Das elektrische Feld eines um ein Gravitationszentrum rotierenden geladenen Partikelchens.

Um zu einer Klärung der Ansichten über die Einsteinsche Gravitationstheorie etwas beizutragen, will ich versuchen an einem bestimmten einfachen Problem die wesentlichen Züge der Theorie möglichst deutlich aufzudecken. Es ist noch vielfach, sogar bei Theoretikern, die Ansicht vertreten, daß die Einsteinsche Gravitationstheorie, welche ihr Urheber selber als die Theorie der allgemeinen Relativität bezeichnet, Aufschluß gebe über das Verhalten eines beschleunigt bewegten Körpers, in ähnlicher Weise wie die sogenannte spezielle Relativitätstheorie über das Verhalten eines Körpers Aufschluß gibt, der sich mit konstanter Geschwindigkeit bewegt. Kennt man die Struktur eines materiellen Systems und die von ihm ausgehenden Felder für den Fall, daß es in Ruhe ist, so bekommt man bekanntlich Struktur und Felder des mit konstanter Geschwindigkeit bewegten Systems einfach durch die Anwendung einer linearen Transformation, welche man als Lorentz-Transformation bezeichnet. Etwas ganz anderes ist es aber, wenn man nach dem sogenannten allgemeinen Relativitätsprinzip eine Transformation höheren Grades anwendet, um Struktur und Felder des materiellen Systems bei einer beschleunigten Bewegung herauszubekommen. Dann treten nämlich in alle Gleichungen zu den Größen, welche Struktur und Felder des materiellen Systems kennzeichnen, noch die von Einstein

mit $g_{\mu\nu}$ bezeichneten Größen und ihre Ableitungen nach den Koordinaten hinzu. Diese Größen bedeuten nach Einstein Potential und Feldstärke des Gravitationsfeldes, unter dessen Einfluß das materielle System seine beschleunigte Bewegung annimmt. Man darf nämlich nicht vergessen, daß eine Beschleunigung der Bewegung nur dann eintreten kann, wenn das materielle System irgendeine Kraftwirkung erfährt. Nach der Einsteinschen Theorie kann man das Verhalten eines beschleunigt bewegten materiellen Systems aus dem des ruhenden Systems also nur dann berechnen, wenn diese Kraftwirkung die eines Gravitationsfeldes ist. Dagegen sagt die Theorie nichts darüber aus, wie sich das materielle System verhält, wenn es beispielsweise durch die Wirkung elektrischer oder magnetischer Kräfte beschleunigt bewegt wird, oder wenn sein Trägheitswiderstand durch materielle Kraftwirkungen, beispielsweise die Kohäsionskräfte eines Zugseils oder auch, wie bei einem um eine in ihm liegende Achse rotierenden festen Körper, durch die eigenen Kohäsionskräfte im Gleichgewicht gehalten wird. So hat denn auch Sommerfeld ganz mit Recht auf die elliptischen Bahnen der Elektronen im Atommodell nicht etwa die Einsteinsche allgemeine Relativitätstheorie angewendet, ja man kann sagen, daß das von vornherein unmöglich war, weil diese Elektronen nicht in einem Gravitationsfeld, sondern in einem elektrischen Feld kreisen. Hier herrschen sicherlich andere Gesetze, und Sommerfeld hat darüber bestimmte Annahmen gemacht, die mit der sogenannten allgemeinen Relativität nichts zu tun haben. Es scheint, daß er mit seinen Annahmen das Richtige getroffen hat. Um Irrtümer über das Wesen des der Einsteinschen Theorie zugrunde liegenden Prinzips auszuschließen, ziehe ich persönlich immer vor, nicht von „allgemeiner Relativität", sondern nur von einer „Relativität der Gravitationswirkungen" zu sprechen.

Aber auch der Satz von der Relativität der Gravitationswirkungen muß noch mit einiger Vorsicht behandelt werden. Er bezieht sich nämlich nur auf unendlich kleine Gebiete im Gravitationsfeld, auf solche Gebiete, in welchen man die Feldstärke der Gravitation noch als gleichförmig ansehen darf. Denn man kann ein wirkliches Gravitationsfeld immer nur in einem unendlich kleinen Gebiet hinweg transformieren, in einem ausgedehnten Gebiet ist das unmöglich. Könnte man ein Feld in einem endlichen ausgedehnten Gebiet durch eine Koordinatentransformation wegschaffen, so würde das bedeuten, daß dieses Feld seine Existenz nur der „unvernünftigen" Wahl der Koordinaten verdankte, daß es keinem objektiven Tatbestand entspricht. Ein solches Feld pflege ich „willkürlich fingiert" zu nennen und von den „wirklich vorhandenen" Feldern, die man nicht durch eine Transformation aus der Natur heraus eskamotieren kann, streng zu unterscheiden.

Um zu verstehen, wieso man das Feld aus einem unendlich kleinen Gebiet hinweg transformieren kann, aus einem endlichen Gebiet aber nicht, muß man auf den von Einstein eingeführten wichtigen Begriff der „natürlichen Geraden" und der „natürlichen Teilung" der Geraden zurückgehen. Darunter versteht man diejenigen räumlichen und zeitlichen Geraden, sowie ihre Teilungen, die man nach den in einem völlig gravitationsfreien Raum richtig geltenden Methoden der praktischen Geometrie konstruiert hat, ohne auf das in Wirklichkeit vorhandene Gravitationsfeld Rücksicht zu nehmen. Diese „natürlichen Geraden" und die „natürlichen Teilungen" muß man von den nach dem allgemeinen Übereinkommen im Gravitationsfeld als Gerade geltenden Linien mit ihren Teilungen unterscheiden. Ich will die letzteren als die „vernünftigen Geraden" und ihre „vernünftigen Teilungen"[1] bezeichnen. In einem unendlich kleinen Gebiet kann man nun aus lauter natürlichen Geraden ein Koordinatennetz konstruieren, diese natürlichen Geraden schließen sich hier, wenigstens mit sehr großer Annäherung, zu einem Netz zusammen. Setzt man aber dieselben natürlichen Geraden über das unendlich kleine Gebiet hinaus fort und versucht, sie in einem größeren Gebiet der Konstruktion eines Koordinatennetzes zugrunde zu legen, so schlägt dieser Versuch in einem wirklichen Gravitationsfeld fehl, die Linien klaffen an den Stellen, wo Netzknoten sein sollten, auseinander und zwar um so mehr, je weiter man von der Ausgangsstelle weg geht. In einem weit ausgedehnten Gebiet sind also die natürlichen Geraden für ein Koordinatensystem nicht zu gebrauchen. Man kommt zu der Relativität des Gravitationsfeldes, wenn man von einem „vernünftigen Koordinatensystem" auf das Koordinatensystem der „natürlichen Geraden" in dem betrachteten unendlich kleinen Gebiet transformiert. Diese Transformation läßt sich aber, wie man aus dem eben geschilderten Verhalten der natürlichen Geraden erkennt, nicht über ein ausgedehntes Gebiet fortsetzen. Will man die Felder, die ein im Gravitationsfeld beschleunigt bewegtes materielles System hervorruft, bis in große Entfernungen vom System berechnen, so versagt das eigentliche Prinzip der Relativität

1) Man könnte sie auch die „konventionellen Geraden" und die „konventionellen Teilungen" nennen.

der Gravitationswirkungen, und das Problem ist nun sehr schwer zu lösen. Aber für dieses schwierige Problem gibt die Einsteinsche Theorie immerhin eine bestimmte Anweisung, die man etwa folgendermaßen formulieren kann: „Wenn sich in einem Gravitationsfeld ein im Vergleich zum Gravitationszentrum unendlich leichter Körper bewegt, so kann man die Struktur des Körpers und die von ihm erregten Felder bis zu beliebigen Entfernungen so berechnen, als ob der Körper in einem gravitationsfreien Weltgebiet ruhte, in welchem eine nichtminkowskische Geometrie herrscht. Die nichtminkowskische Geometrie, durch welche das Gravitationsfeld nach der Einsteinschen Theorie ersetzt werden kann, ist dadurch charakterisiert, daß sich in ihr die Geraden nicht zu Koordinatennetzen zusammenschließen".

Diesen Satz darf man vielleicht als das verallgemeinerte Prinzip von der Relativität der Gravitationswirkungen bezeichnen. Nur wer ihn völlig versteht, der durchschaut wirklich die wunderbare, vollendet schöne mathematische Struktur der Einsteinschen Theorie. Ich will nun nach diesem verallgemeinerten Prinzip das Problem behandeln, das elektrische Feld eines im Gravitationsfeld rotierenden geladenen Teilchens zu berechnen. Dieses Problem bietet ein besonderes Interesse schon allein aus dem Grunde, weil man nach dem Prinzip der Relativität der Gravitationswirkungen erwarten könnte, daß das Teilchen nicht strahlt. Die Weltlinie des Mittelpunktes eines ruhenden Teilchens ist eine Zeitgerade. Da nun durch die Transformation des Relativitätsprinzips die „vernünftigen Geraden" in „natürliche Gerade" übergeführt werden, so muß die Weltlinie des Teilchenzentrums im Gravitationsfeld eine zeitartige „natürliche Gerade", oder, wie man auch sagt, eine zeitartige „geodätische Linie" sein. Innerhalb einer unendlich engen Weltröhre, deren Achse diese vom Teilchenmittelpunkt beschriebene geodätische Linie ist, hat das Teilchen, wenn man mit natürlich konstruierten Geraden und überhaupt mit lauter natürlich gemessenen Größen rechnet, genau dasselbe elektrische Feld wie ein ruhendes Teilchen. Da nun eine geodätische Linie im Gravitationsfeld, wie man weiß, eine gewisse Periodizität hat, so kommt das Teilchen bei seinem Umlauf um das Gravitationszentrum nach jeder Periode immer wieder in genau dieselbe Stellung relativ zum Gravitationszentrum und sein Feld wiederholt sich dann jedesmal genau, abgesehen von einer kleinen Drehung im Raum. Ganz besonders einfach wird die Sache, wenn sich das Teilchen auf einer Kreisbahn bewegt. Dann hat es relativ zum Gravitationszentrum immer dieselbe Lage und sein elektromagnetisches Feld bleibt andauernd ungeändert, abgesehen davon, daß es sich, entsprechend der Bewegung des Teilchens auf einem Kreise, fortwährend dreht. Wenn nun aber nach Ablauf einer gewissen Zeit die Lage und Bewegung des Teilchens sowie sein Feld immer wieder die gleichen sind, so kann das Teilchen keine Energie ausgestrahlt haben. Somit scheint aus dem Prinzip der Relativität der Gravitationsfelder der erstaunliche Satz zu folgen, daß das elektrisch geladene Teilchen bei seiner Rotationsbewegung nicht strahlt. Dieser Satz wäre deswegen so erstaunlich, weil in dem Ansatz der Einsteinschen Gravitationstheorie nichts von den Quantenbedingungen steckt, welche beispielsweise das Bohrsche Atommodell beherrschen. Das Hauptziel der folgenden Untersuchungen ist, das eben geschilderte Dilemma zu lösen. Um die Untersuchung nicht mit überflüssigen Komplikationen zu beschweren, habe ich mich auf den einfachsten Fall beschränkt, daß das Teilchen eine Kreisbahn beschreibt. Die Resultate, die man für diesen Fall bekommt, werden sich leicht auf den Fall einer elliptischen Bahn übertragen lassen.

Über die Natur des geladenen Teilchens brauchen wir gar keine Annahmen zu machen. Es kann ebensogut ein geladener Planet sein, der eine ungeladene Sonne umkreist, oder ein Elektron, welches um ein ungeladenes Atom lediglich unter dem Einfluß der von dem Atom ausgehenden Gravitationswirkungen herumläuft. Die räumliche Entfernung irgendeines Punktes vom Gravitationszentrum O, „vernünftig" gemessen, sei mit r bezeichnet, der Radius des Kreises, den der Teilchenmittelpunkt beschreibt, sei gleich a, die Geschwindigkeit, mit welcher der Teilchenmittelpunkt auf seiner Bahn läuft, sei q, dabei ist die Lichtgeschwindigkeit im absoluten Vakuum als Einheit anzusehen. Wir nehmen an, daß q im Vergleich zu 1 sehr klein sei. Weiter ist $\alpha = 2a \cdot q^2$ eine Konstante, welche der schweren Masse des Gravitationszentrums proportional ist, und mit Hilfe dieser Konstanten α läßt sich das Gravitationspotential nach Schwarzschild berechnen. Der Tensor $g_{\mu\nu}$ ist durch folgendes Schema dargestellt:

$$\begin{array}{cccc} \frac{r}{r-\alpha} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{r-\alpha}{r} \end{array}.$$

Wir wollen mit r, ϑ, φ die Koordinaten in einem „vernünftig" definierten Polarkoordinatensystem bezeichnen, dessen Nullpunkt das Gravitationszentrum O sei, und mit t die „vernünftig"

gemessene Zeit, dann ist die „natürliche" Länge ds eines Streckenelements in Raum und Zeit durch die Formel gegeben:

$$ds^2 = \frac{r}{r-a}\,dr^2 + r^2 \cdot d\vartheta^2 + r^2 \cdot \sin^2\vartheta \cdot d\varphi^2 - \frac{r-a}{r} \cdot dt^2 .$$

Die Abweichungen, die sich nach dieser Formel von der minkowskischen Geometrie ergeben (in welcher

$$ds^2 = dr^2 + r^2 \cdot d\vartheta^2 + r^2 \cdot \sin^2\vartheta \cdot d\varphi^2 - dt^2$$

wäre), lassen sich nach Potenzen von a/r entwickeln. Da a eine sehr kleine Größe ist, so ist a/r bis auf einen kleinen Bereich in der Umgebung des Gravitationszentrums, den man ohne Schaden außer Betracht lassen darf, überall sehr klein. Beachten wir die oben angegebene Formel für a, so können wir auch sagen, daß man die Abweichungen von der minkowskischen Geometrie nach Potenzen von $q^2 \cdot a/r$ entwickeln kann. Wir werden die Glieder mit der Potenz q^2 als die Glieder erster Ordnung, diejenigen mit höheren Potenzen von q^2 als die Glieder höherer Ordnung bezeichnen.

Wir wollen ferner von dem Teilchenmittelpunkt C aus raumartige Radien-Vektoren ziehen, diese wollen wir mit ϱ bezeichnen. Der Winkel, den ϱ mit der Geraden OC bildet, heiße β.

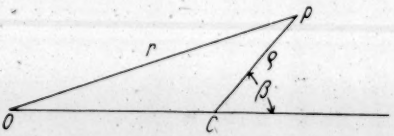


Fig. 1.

Und zwar bedeute ϱ die natürlich gemessene Länge einer natürlich konstruierten raumartigen Geraden CP, ferner β den natürlich gemessenen Winkel zwischen den Richtungen OC und CP. Die entsprechenden Größen in einem vernünftigen System von Geraden und Einheiten will ich durch ϱ' und β' kennzeichnen.

Das zu lösende Problem zerfällt naturgemäß ähnlich wie alle derartigen Probleme in drei Teile:

Erstens ist die Lösung zu suchen in einem Gebiet, in welchem ϱ'/a klein gegen 1 ist. Dieses Gebiet nenne ich die „nächste Umgebung" des geladenen Teilchens.

Zweitens ist das Gebiet zu betrachten, in welchem ϱ'/a nicht mehr klein gegen 1 ist, in welchem dies aber noch für $q \cdot \varrho'/a$ gilt. Ist beispielsweise $q = 10^{-4}$, so kann $\varrho'/a = 100$ werden, ohne daß $q \cdot \varrho'/a$ den Wert 10^{-2} (1 Proz.) überschreitet. Dieses zweite Gebiet nenne ich die „weitere Umgebung" des geladenen Teilchens.

Drittens kommen wir dann zu dem Gebiet, wo auch $q \cdot \varrho'/a$ schon im Vergleich mit 1 beträchtliche Größen erreicht, und schließlich über alle Grenzen wächst. Dies Gebiet nenne ich die „unendliche Ferne".

Für das erste und das dritte Gebiet ist das Problem leicht zu lösen, erhebliche Schwierigkeiten bietet, wie bei allen derartigen Problemen, nur das mittlere zweite Gebiet. Zur Berechnung des Feldes im ersten Gebiet reicht nämlich der gewöhnliche Satz von der Relativität der Gravitationsfelder aus. Im dritten Gebiet ist das Gravitationsfeld so schwach, daß wir das Gravitationspotential hier konstant gleich 1 setzen dürfen. Das elektromagnetische Feld des Teilchens genügt hier den gewöhnlichen Maxwellschen Gleichungen, und man kann es nach bekannten Methoden berechnen. Im zweiten Gebiet kann man den gewöhnlichen Relativitätssatz nicht gebrauchen, weil hier die natürlichen Geraden, welche sich im ersten Gebiet zu einem Koordinatennetz zusammenschließen, schon auseinanderklaffen. Andererseits darf man aber, wenn man den Übergang vom Gebiet 1 zum Gebiet 3 finden will, auch nicht etwa das Gravitationsfeld vernachlässigen und mit den gewöhnlichen Maxwellschen Gleichungen rechnen.

Es kommt also alles darauf an, die Lösung des Problems im zweiten Gebiet, in der weiteren Umgebung des geladenen Teilchens, zu finden. Setzt man dann in dieser Lösung ϱ'/a unendlich klein, so muß sich die Lösung für das erste Gebiet ergeben, setzt man dagegen ϱ'/a sehr groß, so wird man einen Wert bekommen, der die gewöhnlichen Maxwellschen Gleichungen erfüllt, und den man in das unendlich ferne Gebiet fortsetzen kann.

Man kann das Problem in dem zweiten Gebiet ganz außerordentlich vereinfachen, indem man sich auf die Glieder erster Ordnung in q^2 beschränkt und die Glieder höherer Ordnung von vornherein wegläßt. Zur Diskussion des Problems reicht diese Näherung völlig aus, da die Glieder höherer Ordnung nur geringfügige Korrekturen geben, die das Bild im ganzen nicht ändern können. Man hat dann den großen Vorteil, daß man auch in der nichtminkowskischen Geometrie, durch welche sich das Gravitationsfeld in der weiteren Umgebung des geladenen Teilchens ersetzen läßt, ein sehr einfaches orthogonales Zylinderkoordinatensystem konstruieren kann. Man bekommt dies Koordinatensystem auf einem Wege, den auch Herr Reichenbächer kürzlich in einer seiner Arbeiten eingeschlagen hat. Als Zylinderachse nimmt man die Weltlinie des Teilchenmittel-

punktes, welche, wie wir wissen, eine zeitartige natürliche Gerade ist. Ich nenne sie die Weltachse des Systems und bezeichne sie mit dem Buchstaben A. Konstruiert man in irgendeinem Punkt C der Weltachse A alle die raumartigen natürlichen Geraden, welche, natürlich gemessen auf A senkrecht stehen, so bilden diese zusammen ein zu A senkrechtes dreidimensionales Kontinuum, das ich R nennen will. Schneide ich von den sämtlichen senkrecht zu A konstruierten Geraden, von C aus natürlich gemessen gleiche Stücke ab, deren Länge ich ϱ nenne, so bilden die Endpunkte insgesamt eine im Raume R enthaltene Kugelfläche. Gehe ich nun an der Achse A entlang und konstruiere um jeden ihrer Punkte eine Kugel von gleichem Radius ϱ, so bilden alle diese Kugeln zusammen einen dreidimensionalen Zylinder. Jeder zur Zylinderachse A senkrechte Querschnitt R schneidet aus dem Zylinder eine Kugel vom Radius ϱ aus, es ist also ein Kugelzylinder vom Radius ϱ. Konstruieren wir so die sämtlichen Kugelzylinder um die Weltachse A, so bekommen wir in ihnen eine Schar von Koordinatenräumen eines vierdimensionalen Zylinderkoordinatensystems. Wir konstruieren nun weiter auf den Kugelzylindern die zu den Kugeln überall senkrechten Trajektorien, welche wir nach Analogie der euklidischen oder minkowskischen Geometrie die Leitlinien des Zylinders nennen können. Es ist dabei aber zu bemerken, daß in unserer nichtminkowskischen Geometrie diese Leitlinien keine Geraden sind, obwohl der Zylinder, wenigstens im Falle der Kreisbahn, überall in sich kongruent ist. Eine viel unangenehmere Eigenschaft der Leitlinien ist aber die folgende: Konstruiert man in einem bestimmten Punkt C einen einzigen zu A senkrechten Radius-Vektor, schneidet auf ihm zwei Strecken ϱ_1 und ϱ_2 ab, zieht in den Endpunkten der Strecken P und Q die beiden Zylinder-Leitlinien, so schneidet ein durch einen anderen Punkt C' der Weltachse gelegter senkrechter Querschnitt diese Leitlinien in den Punkten P' und Q', welche von C' selbstverständlich wieder genau die Entfernungen ϱ_1 und ϱ_2 haben. Aber die drei Punkte C', P', Q', liegen nicht in einer natürlichen Geraden, sondern die Radien-Vektoren $C'P'$ und $C'Q'$ bilden einen kleinen Winkel miteinander, einen Winkel, der um so größer wird, je weiter C' von C wegrückt, und je größer man ϱ_2 wählt. Wenn man nun zunächst in der die Achse A umgebenden unendlich dünnen Weltröhre ein gewöhnliches orthogonales Zylinderkoordinatensystem konstruiert, und darauf auf jedem größeren Zylinder durch die Endpunkte aller Radien-Vektoren, welche in der Nähe der Achse A eine Meridianebene bilden, eine Linie

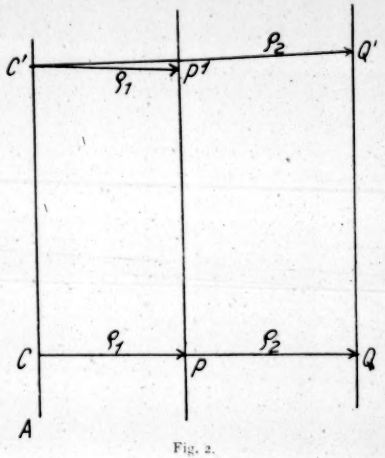


Fig. 2.

legt, so schneiden diese Linien die Kugelquerschnitte der Zylinder im allgemeinen schief, und zwar um so schiefer, je größer der Radius des betreffenden Zylinders ist. Man bekommt auf diese Weise also kein genau orthogonales Koordinatensystem. Die genauere Rechnung führt nun aber zu dem bemerkenswerten Resultat, daß der kleine Winkel, welchen die den senkrechten Trajektorien der Kugelschnitte zugeordneten Radien-Vektoren $C'P'$ und $C'Q'$ miteinander bilden, stets nur von der Größenordnung q^4 ist. Vernachlässigen wir also alle Größen von der Ordnung q^4 an und rechnen wir nur bis zu den Größen von der Ordnung q^2, so sind die Zeitlinien des eben konstruierten Koordinatensystems von den senkrechten Trajektorien der Kugelquerschnitte der Zylinder nicht zu unterscheiden. Wesentlich unterscheidet sich unser Koordinatensystem von dem Zylinderkoordinatensystem der minkowskischen Geometrie jetzt nur dadurch, daß die senkrechten Trajektorien der Kugelquerschnitte, also die Leitlinien der Zylinder, die zeitartigen Koordinatenlinien, keine Geraden sind. Infolgedessen sind die Abschnitte, welche zwei senkrechte Querschnitte eines Zylinders aus verschiedenen Leitlinien ausschneiden, im allgemeinen unter sich und von dem entsprechenden Abschnitt auf der Zylinderachse A verschieden. Dadurch wird die Geometrie des Zylinderkoordinatensystems natürlich ziemlich kompliziert. Ein weiterer Unterschied gegen die minkowskische Geometrie, der aber speziell bei unserem Problem keine Bedeutung gewinnt, ist der, daß die Polarkoordinatensysteme in den verschiedenen

senkrechten Querschnittsräumen unseres Zylinderkoordinatensystems, abgesehen von einer regelmäßigen periodischen Wiederholung, alle untereinander etwas verschieden und im allgemeinen in größeren Entfernungen von der Achse A nicht mehr orthogonal sind.

Mit der Konstruktion dieses vierdimensionalen Zylinder-Koordinatensystems ist unser elektrisches Problem der Hauptsache nach gelöst. In der Relativitätstheorie ist bekanntlich das elektrostatische Potential nichts anderes als die zeitliche Komponente eines Vierervektors, des „Viererpotentials". Im elektrostatischen Fall laufen die Linien dieses Vierervektors also alle parallel zu der Weltlinie des Teilchenmittelpunktes, weil beim ruhenden Teilchen diese Weltlinie die Zeitachse selber ist. Man kann beweisen, daß in der näheren und ferneren Umgebung des um das Gravitationszentrum kreisenden geladenen Teilchens eine Lösung möglich ist, bei welcher in der Annäherung, mit welcher wir rechnen, die Linien des Viererpotentials identisch sind mit den Leitlinien auf den Zylindermänteln, also den zeitartigen Koordinatenlinien des eben von uns konstruierten Zylinderkoordinatensystems. Man erkennt sofort die Analogie zu dem minkowskischen Fall der Elektrostatik und sieht ohne weiteren Beweis unmittelbar ein, daß in der unendlich nahen Umgebung des Teilchens unsere Lösung in diejenige übergeht, die man aus dem elektrostatischen Fall durch Anwendung des Prinzips von der Relativität der Gravitationswirkungen gewinnt. An die Stelle der einfachen Laplaceschen Differentialgleichung für den Wert des Potentials tritt allerdings entsprechend der komplizierteren nichtminkowskischen Geometrie eine kompliziertere Gleichung, die sich aber doch ohne Schwierigkeit integrieren läßt. So ergibt sich das elektrostatische Potential des Teilchens in der nichtminkowskischen Geometrie als:

$$\varphi = \frac{e}{4\pi\varrho}\cdot\left(1 - q^2\cdot\left[1 + \frac{\varrho}{r} - \right.\right.$$

$$\left.\left. - \frac{a}{\varrho}\cdot ln\,\frac{r+\varrho+a\cdot\cos\beta}{a\cdot(1+\cos\beta)} - \frac{1}{2}\frac{\varrho}{a}\cdot\cos\beta\right]\right)$$

wo e die elektrische Ladung des Teilchens ist. Entwickelt man für kleine Werte von ϱ den Faktor von q^2 in eine Potenzreihe und beschränkt sich auf die ersten Glieder, so bekommt man:

$$\varphi = \frac{e}{4\pi\varrho}\cdot\left(1 - q^2\cdot\left[\frac{\varrho}{a} - \frac{\varrho^2}{a^2}\cdot\right.\right.$$

$$\left.\left.\cdot\left(\cos\beta + \frac{1}{2}\cos^2\beta - \frac{1}{6}\right)\right]\right).$$

Für sehr kleine Werte von ϱ kann man also das Glied q^2 weglassen, man bekommt dann den nach dem Prinzip der Relativität des Gravitationsfeldes zu erwartenden Coulombschen Wert: $e/4\pi\varrho$. Bei sehr großen Werten von ϱ tritt das Glied mit dem Faktor ϱ/a immer stärker hervor, man kann bei genügend großen Werten von ϱ schließlich rechnen:

$$\varphi = \frac{e}{4\pi\varrho}\cdot\left(1 + q^2\cdot\frac{1}{2}\frac{\varrho}{a}\cdot\cos\beta\right).$$

Je größer ϱ wird, um so stärker tritt das Glied mit q^2 in den Vordergrund, um so größer wird die Abweichung vom Coulombschen Wert. Wächst ϱ immer weiter, so kann man schließlich den eben hingeschriebenen Ausdruck nicht mehr als Näherungsformel gebrauchen. Für die unendliche Ferne muß man eine andere Entwickelung für φ suchen, die auch die Glieder mit höheren Potenzen von q^2 enthält.

Bevor wir das ausführen können, müssen wir von der durch die „natürliche" Konstruktion der Geraden erhaltenen nicht minkowskischen Geometrie und dem eigentümlichen Zylinderkoordinatensystem in ihr übergehen auf die gewöhnliche, „konventionelle" oder „vernunftgemäße" Geometrie, in welcher das elektrisch geladene schwere Teilchen nicht ruht, sondern in dem vom Zentrum O ausgehenden Gravitationsfeld kreist. Bei der Umformung des gewonnenen Ausdrucks von φ für das „vernunftgemäße" Koordinatensystem werden wir nicht nur ein skalares Potential, sondern auch ein magnetisches Vektorpotential bekommen, weil das bewegte Teilchen natürlich auch ein magnetisches Feld mit sich führt. Ich will die vier Komponenten des Potentials in dem vernunftgemäßen Koordinatensystem mit f_1, f_2, f_3, f_4 bezeichnen. Das benutzte Koordinatensystem sei im Raum ein Polarkoordinatensystem, dessen Anfangspunkt im Gravitationszentrum O liege. Der Radiusvektor heiße r, der Winkel zwischen r und der zur Bahnebene des Teilchens senkrecht stehenden Polarachse heiße ϑ, der Winkel zwischen der durch r gehenden Meridianebene mit einem Anfangsmeridian sei φ. Es sei ferner $\omega = q/a$ die Winkelgeschwindigkeit des Teilchens, und der Anfangsmeridian sei so gewählt, daß der Teilchenmittelpunkt C zurzeit $t = 0$ in ihm liegt. Der Winkel der Meridianebene durch r mit dem durch OC gehenden Meridian ist dann $\varphi - \omega t$, f_1, f_2, f_3 seien die drei Komponenten des magnetischen Vektorpotentials in bezug auf die drei durch r, ϑ, φ bestimmten Koordinatenrichtungen. Der Abstand eines Punktes P im Raume $t = \text{const}$ von C sei, wie schon oben (S. 654) mit ϱ' bezeichnet, der Winkel zwischen ϱ' und der Richtung OC heiße β' (S. 654). ϱ' und β' sind von den mit ϱ und β bezeichneten Größen

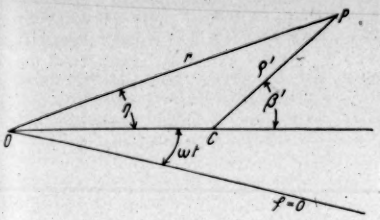


Fig. 3.

nur um kleine Beträge von der Ordnung q^2 verschieden. Endlich sei der Winkel, den die Ebene OCP mit der Meridianebene $\varphi = \omega t$ bildet, durch ψ' bezeichnet. Die drei Größen ϱ', β', ψ' bilden alsdann ein Polarkoordinatensystem, dessen Anfangspunkt C sich mit dem Teilchen auf einem Kreise um O bewegt. Es ist leicht ϱ', β', ψ' aus den drei Größen r, ϑ, $\varphi - \omega t$ zu berechnen. Die Umformung des berechneten Viererpotentials für das neue Koordinatensystem r, ϑ, φ, t ergibt:

$$f_1 = q \cdot \frac{e}{4\pi\varrho'} \cdot \sin\vartheta \cdot \sin(\varphi - \omega t),$$

$$f_2 = q \cdot \frac{e}{4\pi\varrho'} \cdot \cos\vartheta \cdot \sin(\varphi - \omega t),$$

$$f_3 = q \cdot \frac{e}{4\pi\varrho'} \cdot \cos(\varphi - \omega t),$$

$$f_4 = \frac{e}{4\pi\varrho'} \cdot \left(1 + q^2 \cdot \left[\frac{\varrho'}{r} - \frac{1}{2}(1 + \sin^2\beta' \cdot \sin^2\psi') - \frac{a}{\varrho'} \cdot \left(1 - \frac{a}{r}\right)\cos\beta' + \frac{1}{2}\frac{\varrho'}{a} \cdot \cos\beta'\right]\right).$$

Aus diesen Ausdrücken kann man leicht nach den bekannten Formeln das elektrische und das magnetische Feld des kreisenden geladenen Teilchens ausrechnen. Speziell für sehr große Werte von ϱ' kommt in dem Glied des Ausdrucks für f_4 mit q^2 nur der letzte Summand in Betracht:

$$f_4 = \frac{e}{4\pi\varrho'} \cdot \left(1 + \frac{1}{2}q^2 \cdot \frac{\varrho'}{a} \cdot \cos\beta'\right).$$

In der unendlichen Ferne muß sich an diese Formeln eine Lösung der gewöhnlichen Maxwellschen Gleichungen anschließen, da in sehr großer Entfernung vom Gravitationszentrum schließlich der Einfluß des Gravitationspotentials auf die elektrischen und magnetischen Eigenschaften des Äthers vernachlässigt werden darf. Eine solche Lösung bekommen wir, indem wir das bekannte Wiechert-Liénardsche Potential[1]) einer auf einem Kreise bewegten Punktladung berechnen. Ich will der Einfachheit halber nur die Ausdrücke hinschreiben, die man bekommt, wenn man nach a/ϱ' entwickelt und bei dem Glied erster Ordnung abbricht, ebenso auch alle Glieder, die von höherer Ordnung als q unendlich klein sind, wegläßt. Man bekommt dann:

$$f'_1 = q \cdot \frac{e}{4\pi\varrho'} \cdot \sin\vartheta \cdot \sin(\varphi - \omega t + \omega \cdot \varrho'),$$

$$f'_2 = q \cdot \frac{e}{4\pi\varrho'} \cdot \cos\vartheta \cdot \sin(\varphi - \omega t + \omega\varrho'),$$

$$f'_3 = q \cdot \frac{e}{4\pi\varrho'} \cdot \cos(\varphi - \omega t + \omega\varrho'),$$

$$f'_4 = \frac{e}{4\pi\varrho'} \cdot \left(1 - \frac{a}{\varrho'} \cdot \sin\vartheta \cdot (\cos(\varphi - \omega t) - \cos(\varphi - \omega t + \omega\varrho')) + q \cdot \sin\vartheta \cdot \sin(\varphi - \omega t + \omega\varrho')\right).$$

Das gibt das Feld eines strahlenden Teilchens. Die Ausdrücke sind mit denen, die wir nach dem Prinzip von der Relativität des Gravitationsfeldes gewonnen haben, gar nicht zu vergleichen. Nun sind aber bekanntlich die elektromagnetischen Vorgänge umkehrbar. Wir wollen in den f' das Vorzeichen von t und ω umkehren, in f'_4 auch das von q, während der Faktor q in f'_1, f'_2, f'_3 sein Vorzeichen behalten soll. Die so gewonnenen Ausdrücke wollen wir mit f''_1, f''_2, f''_3, f''_4, bezeichnen. Auch diese f'' stellen dann eine Lösung der Maxwellschen Gleichungen dar. Sie liefern aber nicht das Feld eines strahlenden Teilchens, sondern das eines umlaufenden Teilchens, welches fortwährend eine Wellenstrahlung absorbiert, die, aus dem Unendlichen kommend, konzentrisch auf es zueilt. Das Feld eines Teilchens, welches weder strahlt noch absorbiert, bekommen wir, wenn wir bilden

$$f = \frac{1}{2}(f' + f'').$$

Eine leichte Rechnung gibt:

$$f_1 = q \cdot \frac{e}{4\pi\varrho'} \cdot \sin\vartheta \cdot \sin(\varphi - \omega t) \cdot \cos\omega\varrho',$$

$$f_2 = q \cdot \frac{e}{4\pi\varrho'} \cdot \cos\vartheta \cdot \sin(\varphi - \omega t) \cdot \cos\omega\varrho',$$

$$f_3 = q \cdot \frac{e}{4\pi\varrho'} \cdot \cos(\varphi - \omega t) \cdot \cos\omega\varrho',$$

$$f_4 = \frac{e}{4\pi\varrho'} \cdot \left(1 - \frac{a}{\varrho'} \cdot \cos\beta' \cdot (1 - \cos\omega\varrho') + q \cdot \cos\beta' \cdot \sin\omega\varrho'\right).$$

Hierin ist gesetzt (vgl. Fig. 3)

$$\sin\vartheta \cdot \cos(\varphi - \omega t) = \cos\eta$$

[1]) M. Abraham, Theorie der Elektrizität. II, 1905, S. 84.

und

$$r \cdot \cos\eta = a + \varrho' \cdot \cos\beta'$$

oder in der von uns benutzten Näherung

$$\cos\eta = \cos\beta'.$$

Diese Ausdrücke f_1, f_2, f_3, f_4 liefern das Feld eines umlaufenden Teilchens, welches von einer stehenden elektromagnetischen Kugelwelle umgeben ist, welches also weder strahlt noch absorbiert. Etwa das Feld eines umlaufenden Teilchens, welches von einer sehr großen vollkommen reflektierenden Kugelschale umgeben ist, so daß die vom Teilchen emittierte Strahlung immer zu ihm zurückkehrt.

Setzt man ein $\omega \cdot \varrho' = q \cdot \varrho'\, a$ und berechnet $\cos\omega\varrho'$ und $\sin\omega\varrho'$ für unendlich kleine Argumente also:

$$\cos\omega\varrho = 1, \qquad \sin\omega\varrho' = q \cdot \frac{\varrho'}{a},$$

$$1 - \cos\omega\varrho' = \frac{1}{2} q^2 \cdot \frac{\varrho'^2}{a^2},$$

so bekommt man genau dieselben Werte, welche das Prinzip der Relativität des Gravitationspotentials für die äußere Grenze der weiteren Umgebung des Teilchens geliefert hat. Unsere Lösung f_1, f_2, f_3, f_4 ist also in der Tat die Fortsetzung des Integrals in das dritte Gebiet, das der unendlichen Ferne.

Wir sehen also, daß uns das Prinzip der Relativität des Gravitationsfeldes eine einwandfreie Lösung des Problems geliefert hat, nur ist das nicht diejenige Lösung, die das in einem sonst vollkommen leeren Raum um das Gravitationszentrum umlaufende elektrisch geladene Teilchen darstellt. Denn unter dieser Bedingung muß das Teilchen strahlen. Wie bekommen wir die Lösung des strahlenden Teilchens? Zu dem Zweck bilden wir zunächst einmal die Differenz der beiden Lösungen f' und f'' und setzen:

$$f^0 = \frac{1}{2}(f' - f'').$$

Offenbar ist dann die Lösung der Differentialgleichungen, welche das Feld des strahlenden Teilchens angibt, wenigstens in der unendlichen Ferne: $f + f^0$.

Es ergibt sich nun:

$$f_1{}^0 = q \cdot \frac{e}{4\pi\varrho'} \cdot \sin\vartheta \cdot \cos(\varphi - \omega t) \cdot \sin\omega\varrho',$$

$$f_2{}^0 = q \cdot \frac{e}{4\pi\varrho'} \cdot \cos\vartheta \cdot \cos(\varphi - \omega t) \cdot \sin\omega\varrho',$$

$$f_3{}^0 = q \cdot \frac{e}{4\pi\varrho'} \cdot \sin(\varphi - \omega t) \cdot \sin\omega\varrho',$$

$$f_4{}^0 = \frac{e}{4\pi\varrho'} \cdot \left(q \cdot \cos\omega\varrho' - \frac{a}{\varrho'} \cdot \sin\omega\varrho'\right) \cdot \sin\vartheta \cdot \sin(\varphi - \omega t).$$

Auch diese Lösung stellt eine stehende Schwingung dar; aber eine Schwingung, welche existiert, ohne daß irgendwo eine bewegte Ladung wäre. Denn derjenige Term des elektrischen Feldes, der an der Stelle des rotierenden Teilchens ein Quellgebiet hat, ist bei der Subtraktion der beiden Integrale gerade weggehoben. Um zu untersuchen, wie das durch f^0 angegebene Feld in der Umgebung der Bahn des Teilchens aussieht, berechnen wir f^0 für kleine Werte von ϱ', indem wir setzen:

$$\sin\omega\varrho' = q \cdot \frac{\varrho'}{a} \cdot \left(1 - \frac{1}{6} \cdot q^2 \cdot \frac{\varrho'^2}{a^2}\right),$$

$$\cos\omega\varrho' = 1 - \frac{1}{2} q^2 \cdot \frac{\varrho'^2}{a^2}.$$

Wir bekommen:

$$f_1{}^0 = q^2 \cdot \frac{e}{4\pi a} \cdot \left(1 - \frac{1}{6} q^2 \cdot \frac{\varrho'^2}{a^2}\right) \sin\vartheta \cdot \cos(\varphi - \omega t),$$

$$f_2{}^0 = q^2 \cdot \frac{e}{4\pi a} \cdot \left(1 - \frac{1}{6} q^2 \cdot \frac{\varrho'^2}{a^2}\right) \cdot \cos\vartheta \cdot \cos(\varphi - \omega t),$$

$$f_3{}^0 = q^2 \cdot \frac{e}{4\pi a} \cdot \left(1 - \frac{1}{6} q^2 \cdot \frac{\varrho'^2}{a^2}\right) \cdot \sin(\varphi - \omega t),$$

$$f_4{}^0 = -q^3 \cdot \frac{e}{12\pi a^2} \cdot \varrho' \cdot \sin\vartheta \cdot \sin(\varphi - \omega t).$$

Rechnet man hieraus nach den bekannten Formeln das elektrische Feld aus, so ergibt sich folgendes: In der Umgebung der Bahn des Teilchens hat das elektrische Feld $\mathfrak{e}$ die konstante Feldstärke:

$$\mathfrak{e} = \frac{2}{3} \cdot q^3 \cdot \frac{e}{4\pi a^2},$$

seine Richtung ändert sich fortwährend so, daß sie der Bewegungsrichtung des umlaufenden Teilchens stets genau entgegengesetzt ist. Mit andern Worten: Die Lösung f^0 liefert ein der Bewegung des Teilchens stets entgegenwirkendes elektrisches Drehfeld, welches aber nicht etwa durch umlaufende Ladungen hervorgerufen ist, sondern frei im Raume existiert und sich nach außen in einer stehenden elektromagnetischen Schwingung fortsetzt. Berechnet man auch das magnetische Feld in der Umgebung der Bahn des Teilchens, so findet man es von der Größenordnung q^4 und ganz so, wie man es nach den elementaren Vorstellungen von dem ein wechselndes elektrisches Feld oder, wie man zu sagen pflegt, einen elektrischen Verschiebungsstrom begleitenden Magnetfeld schon vorhersagen kann. Da die Feldstärke des elektrischen Drehfeldes von der Größenordnung q^3 ist, so genügt es auch im Gravitationsfeld den Differentialgleichungen, wenn wir wie in dieser ganzen Untersuchung die Glieder höherer Ordnung außer acht lassen. Wir können also sagen: „Die Lösung, welche

das Feld eines strahlenden Teilchens darstellt, ist gegeben durch $f+f^0$."

M. a. W.: Um die Lösung für das in einem sonst ganz leeren Raum um ein Gravitationszentrum umlaufende Teilchen zu gewinnen, muß man bei der Anwendung des Prinzips der Relativität der Gravitationswirkungen nicht von dem im leeren Raum ruhenden elektrisch geladenen Teilchen ausgehen, sondern von einem Teilchen, das sich in einem elektrischen Drehfeld befindet.

Was dieses Drehfeld bedeutet, ist leicht zu verstehen. Es bringt in das elektrische Feld des Teilchens die Unsymmetrie hervor, die notwendigerweise vorhanden sein muß, wenn die Bewegung entsprechend der Abgabe der Strahlungsenergie gebremst wird. In der Tat: Wenn das der Bewegung entgegenwirkende Feld die Stärke hat:

$$\frac{2}{3}\cdot q^3\cdot\frac{e}{4\pi a^2},$$

so erfährt das Teilchen bei seiner Bewegung die Gegenkraft

$$\frac{2}{3}\cdot q^3\cdot\frac{e^2}{4\pi a^2}.$$

Nun berechnet sich der Effektverlust des bewegten Teilchens als das Produkt Kraft mal Geschwindigkeit, also zu:

$$\frac{2}{3}\cdot\frac{e^2}{4\pi a^2}\cdot q^4.$$

Berechnet man in der bekannten Weise den Effekt, der in der unendlichen Ferne fortwährend nach außen weggestrahlt wird, so ergibt sich genau derselbe Wert. Der weggestrahlte Effekt wird also durch die Verminderung der Bewegungsenergie des Teilchens geliefert.

Zum Schluß will ich die gefundenen Resultate noch etwas anschaulich zu machen versuchen. Ich denke mir ein Einsteinsches Coupé, welches mit der Geschwindigkeit q auf einer Kreisbahn vom Radius a um das Gravitationszentrum herumfährt. Die Beobachter in dem Coupé stellen an einem mitgeführten elektrisch geladenen Teilchen Beobachtungen an. Werden sie aus dem Verhalten des Teilchens irgendwelche Schlüsse auf die Bewegung des Coupés ziehen können oder nicht?

Man muß zwei Fälle streng unterscheiden. Im ersten Fall will ich annehmen, daß die Wandungen des Einsteinschen Coupés aus Metall bestehen. Dann endigt das von dem Teilchen ausgehende elektrische Feld auf der Wandung, es dringt nicht nach außen, und es können sich daher auch keine elektrischen Wellen entwickeln. In diesem Fall hat man zur Berechnung des elektrischen Feldes die erste Lösung, die ich mit f bezeichnet habe, zu nehmen. Nach dem Prinzip von der Relativität des Gravitationsfeldes verhält sich das Teilchen und das elektrische Feld in seiner nächsten Umgebung, wenn man die Geraden „natürlich" konstruiert und alles „natürlich" mißt, genau so, wie wenn es im gravitationsfreien Raum ruhte. Die Beobachter können dem Teilchen also nichts anmerken.

Im zweiten Fall nehme ich an, daß die Wandung des Einsteinschen Coupés aus vollkommen isolierendem Material besteht. Dann dringt das Feld des Teilchens hindurch bis in unendliche Fernen. Nun muß es strahlen, das elektrische Feld berechnet sich also nach der zweiten Lösung, die ich mit $f+f^0$ bezeichnet habe. Das Teilchen im Coupé verhält sich jetzt so, als ob es sich in einem elektrischen Drehfeld befinde, es wird diesem Drehfeld folgend relativ zu den mit dem Coupé festverbundenen Gegenständen eine mehr und mehr anwachsende Bewegung auf einer Spirale annehmen, und die Beobachter können daran merken, daß das Coupé nicht im gravitationsfreien Raum ruht, sondern sich auf einer Kreisbahn bewegt. Die Bewegung des Coupés bleibt den Beobachtern nur so lange verborgen, als sie mit ihren Beobachtungen ganz auf den kleinen Innenraum beschränkt sind. Sobald sie in den weiten Außenraum hinausblicken können, läßt sich die Bewegung an fernen Objekten im Raum, beispielsweise durch Beobachtung der Aberration der Fixsterne, feststellen. Wie unser Beispiel zeigt, braucht man nicht einmal aus dem Coupé hinauszusehen, sondern es genügt, die Feldlinien eines geladenen Teilchens gewissermaßen als Fühler bis in weite Fernen hinauszustrecken. An diesen Fühlern, an ihrer Rückwirkung auf das Teilchen, das sie aussendet, kann man die Bewegung im Gravitationsfeld bemerken, weil sich auf weite Entfernungen hin das Gravitationsfeld nicht mehr aus der Welt heraustransformieren läßt.

Diskussion.

Mie: Auf eine Anfrage (Stintzing), wie sich die Bemerkungen Mies über die Undenkbarkeit eines rotierenden, nicht strahlenden Elektrons mit der Bohrschen Theorie vereinigen ließen, weist Mie darauf hin, daß die Einsteinsche Gravitationstheorie noch nichts von Quantentheorie enthalte.

M. v. Laue (Berlin), Theoretisches über neuere optische Beobachtungen zur Relativitätstheorie.

1. Die Berechnung der Lichtablenkung an der Sonne beruht auf dem Satz,

daß die Lichtausbreitung nach der allgemeinen Relativitätstheorie durch die geodätischen Nullinien der „Welt" dargestellt ist. Dieser Satz ist bisher nicht bewiesen, sondern nur nach Analogie aus der beschränkten Relativitätstheorie übertragen worden. In dieser ist er allerdings wohl bekannt. Die invariante Gleichung der „Lichtkugel"

$$x^{1^2} + x^{2^2} + x^{3^2} - x^{4^2} = 0$$

stellt ja in der Welt den Vor- und Nachkegel des Nullpunkts dar, also die Gesamtheit der von ihm ausgehenden geodätischen, d. h. hier geraden Linien, auf denen jede Strecke den Betrag Null hat.

Natürlich muß sich dieser Satz, wie in der beschränkten, so in der allgemeinen Relativitätstheorie aus der Elektrodynamik des leeren Raums beweisen lassen. Und tatsächlich kann man den altbekannten Weg dazu vollständig übertragen.

Das eine Quadrupel der Maxwellschen Gleichungen in der vierdimensionalen Schreibweise

$$\frac{\partial \mathfrak{M}_{\alpha\beta}}{\partial x^\gamma} + \frac{\partial \mathfrak{M}_{\beta\gamma}}{\partial x^\alpha} + \frac{\partial \mathfrak{M}_{\gamma\alpha}}{\partial x^\beta} = 0 \qquad (1)$$

oder

$$Div\, \mathfrak{M}^* = 0$$

fordert nämlich dazu heraus, den Sechservektor $\mathfrak{M}$ des Feldes durch die Gleichungen

$$\mathfrak{M}_{\alpha\beta} = \frac{\partial \Phi_\beta}{\partial x^\alpha} - \frac{\partial \Phi_\alpha}{\partial x^\beta} \qquad (2)$$

oder

$$\mathfrak{M} = \mathfrak{Rot}\, \Phi$$

auf das Viererpotential Φ zurückzuführen, denn (1) geht aus (2) ohne weiteres hervor. Damit ist aber das Potential noch nicht vollständig definiert, vielmehr kann man, wie aus der alten Theorie bekannt, noch die Bedingung[1])

$$\frac{1}{\sqrt{-g}} \sum_k \frac{\partial}{\partial x^k} (\sqrt{-g}\, \Phi^k) = 0 \qquad (3)$$

oder

$$Div\, \Phi = 0$$

hinzufügen.

Mit dem Ansatz (2) gehen wir nun in das andere Quadrupel der Maxwellschen Gleichungen hinein, welches lautet:

$$\frac{1}{\sqrt{-g}} \sum_k \frac{\partial (\sqrt{-g}\, \mathfrak{M}^{hk})}{\partial x^k} = P^h \qquad (3a)$$

oder

$$Div\, \mathfrak{M} = P \ (P \text{ Viererstrom}).$$

Statt der kontravarianten Komponenten von $\mathfrak{M}$ führen wir hier zunächst die kovarianten ein, und gehen sodann von den links stehenden kontravarianten Komponenten der vektoriellen Divergenz zu den kovarianten über. Dann finden wir:

$$Div^h \mathfrak{M} = \frac{1}{\sqrt{-g}} \sum_k \frac{\partial (\sqrt{-g}\, \mathfrak{M}^{hk})}{\partial x^k} = \frac{1}{\sqrt{-g}} \sum_{ikl} \frac{\partial}{\partial x^k} (\sqrt{-g}\, g^{ij} g^{kl} \mathfrak{M}_{jl})$$

$$Div_i \mathfrak{M} = \sum_h g_{ih}\, Div^h \mathfrak{M} = \sum_{hjkl} \left[\frac{g_{ih} g_{kj}}{\sqrt{-g}} \frac{\partial}{\partial x^k} (\sqrt{-g}\, g^{kl} \mathfrak{M}_{jl}) + g_{ih} g^{kl} \mathfrak{M}_{jl} \frac{\partial \gamma_{kj}}{\partial x^k} \right].$$

In der ersten Hälfte der rechts auftretenden Summe können wir die Summation nach h vollziehen:

$$P_i = Div_i \mathfrak{M} = \frac{1}{\sqrt{-g}} \sum_{kl} \frac{\partial}{\partial x^k} (\sqrt{-g}\, g^{kl} \mathfrak{M}_{il}) + \sum_{hjkl} g_{ih}\, g^{kl} \mathfrak{M}_{jl} \frac{\partial g^j}{\partial x^k}.$$

Jetzt führen wir nach (2) Φ ein und subtrahieren die aus (3) hervorgehende Gleichung

$$0 = \frac{\partial}{\partial x^i} (Div\, \Phi) =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{-g}} \sum_{kl} \left[\frac{\partial^2}{\partial x^i \partial x^k} (\sqrt{-g}\, g^{kl} \Phi_l) + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\partial \sqrt{-g}}{\partial x^i} \cdot \frac{\partial}{\partial x^k} (\sqrt{-g}\, g^{kl} \Phi_l) \right].$$

Dann bekommen wir, wenn wir mit F_i einen Ausdruck bezeichnen, der Φ und seine ersten Ableitungen linear, außerdem noch die g_{ik} und ihre ersten Ableitungen enthält und auf dessen Form es des weiteren nicht ankommt:

$$P_i = -\frac{1}{\sqrt{-g}} \sum_{kl} \frac{\partial^2 \Phi_l}{\partial x^k \partial x^i} g^{kl} + F_i. \qquad (4)$$

Damit haben wir die Übertragung der Wellengleichung; wir setzen im folgenden $P = 0$, beschränken uns somit auf ladungsfreie Räume.

Den Übergang von der Wellengleichung zur geometrischen Optik vollziehen wir nun nach demselben Verfahren, das Debye[2]) für die klassische Elektrodynamik vorgeschlagen hat. Wir setzen nämlich

1) Alle Summationen sind, sofern nichts anderes gesagt wird, von 1 bis 4 auszuführen.

2) A. Sommerfeld u. J. Runge, Ann. d. Phys. 35. 277, 1911.

$$\Phi_i = A_i e^{\sqrt{-1}\,kE} \tag{5}$$

und verstehen darin unter E eine skalare Funktion der 4 Koordinaten, unter k eine Konstante, die wir hinterher unendlich groß werden lassen, und unter den A_i die Komponenten eines gegen die Exponentialfunktion langsam veränderlichen Vektors. Bei dem Grenzübergang kommen wir zu unendlich kurzen Wellen, also zur geometrischen Optik. Die Einsetzung der Werte

$$\frac{\partial \Phi_i}{\partial x^l} = e^{\sqrt{-1}\,kE}\left|\frac{\partial A_i}{\partial x^l} + \sqrt{-1}\,k A_i \frac{\partial E}{\partial x^l}\right|,$$

$$\frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial x^j \partial x^l} = e^{\sqrt{-1}\,kE}\Big|\frac{\partial^2 A_i}{\partial x^j \partial x^l} + \sqrt{-1}\,k\left(\frac{\partial A_i}{\partial x^j}\frac{\partial E}{\partial x^l} + \frac{\partial A_i}{\partial x^l}\frac{\partial E}{\partial x^j} + A_i \frac{\partial^2 E}{\partial x^j \partial x^l}\right) - k^2 A_i \frac{\partial E}{\partial x^j}\frac{\partial E}{\partial x^l}\Big|$$

in (4) zeigt aber, daß die in F_i zusammengefaßten Glieder teils k gar nicht als Faktor erhalten, teils nur k selbst. Mit k^2 ist nur ein Term multipliziert, der sich aus der in (4) hingeschriebenen Summe ergibt. Behalten wir ihn allein bei, so kommen wir zu der Gleichung

$$\sum_{il} g^{il} \frac{\partial E}{\partial x^i}\frac{\partial E}{\partial x^l} = 0, \tag{6}$$

welche als Ersatz für die Gleichung

$$\left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial z}\right)^2 = \frac{1}{n^2}$$

der Eikonalfunktion ε zu betrachten ist. Sie sagt aus, daß der Gradient von E eine Nullrichtung hat.

Die Divergenzbedingung (3) fügt nur noch eine Aussage über den Vektor A hinzu, die beim Grenzübergang zu $k = \infty$ die Gestalt

$$\sum_i A^i \frac{\partial E}{\partial x^i} = 0$$

erhält.

Gleichung (6) differentieren wir nun nach x^m

$$\sum_{il} g^{il}\left(\frac{\partial^2 E}{\partial x^i \partial x^m}\frac{\partial E}{\partial x^l} + \frac{\partial E}{\partial x^i}\frac{\partial^2 E}{\partial x^l \partial x^m}\right) + \sum_{il} \frac{\partial g^{il}}{\partial x^m}\frac{\partial E}{\partial x^k}\frac{\partial E}{\partial x^l} = 0.$$

Sodann machen wir Gebrauch von der Formel[1])

$$\frac{\partial g^{il}}{\partial x^m} = -\sum_j \left(\left|\begin{matrix} jm \\ i \end{matrix}\right| g^{jl} + \left|\begin{matrix} jm \\ l \end{matrix}\right| g^{ji}\right)$$

und finden

$$\sum_{il} g^{il}\left(\frac{\partial^2 E}{\partial x_i \partial x^m}\frac{\partial E}{\partial x^l} + \frac{\partial E}{\partial x^i}\frac{\partial^2 E}{\partial x^l \partial x^m}\right) = \sum_{jil}\left(\left|\begin{matrix} jm \\ i \end{matrix}\right| g^{jl} + \left|\begin{matrix} jm \\ l \end{matrix}\right| g^{ji}\right)\frac{\partial E}{\partial x^j}\frac{\partial E}{\partial x^l}.$$

In beiden Summen geht die zweite Hälfte in die erste über, sowie wir die Summationszeiger i und l vertauschen, also:

$$\sum_{il} g^{il}\frac{\partial E}{\partial x^l}\frac{\partial^2 E}{\partial x^i \partial x_m} = \sum_{jil}\left|\begin{matrix} jm \\ i \end{matrix}\right| g^{jl}\frac{\partial E}{\partial x^j}\frac{\partial E}{\partial x^l}. \tag{7}$$

Jetzt verfolgen wir eine der „Kraftlinien" des vierdimensionalen Vektorfeldes des Gradienten von E auf die Strecke $d\tau$, deren kontravariante Komponenten die dx^i sein mögen. Dann besteht zwischen den Quotienten $\partial x^i/d\tau$ und den kontravarianten Komponenten des Gradienten, den Summen

$$\sum_l g^{il}\frac{\partial \xi}{\partial x^l}$$

Proportionalität. Wir dürfen diese Summen daher in (7) durch jene Quotienten ersetzen:

$$\sum_l \frac{\partial^2 E}{\partial x^m \partial x^i}\frac{dx^i}{d\tau} = \sum_{il}\left|\begin{matrix} jm \\ i \end{matrix}\right|\frac{\partial E}{\partial x^i}\frac{\partial x}{dT}$$

und finden dann unmittelbar

$$\frac{d}{d\tau}\left(\frac{\partial E}{\partial x^m}\right) = \sum_{ji}\left|\begin{matrix} jm \\ i \end{matrix}\right|\frac{\partial E}{\partial x^i}\frac{dx^j}{dT}.$$

Dies aber ist die bekannte Formel für die Veränderung einer kovarianten Vektorkomponente bei der Parallelverschiebung[1]). Verrücken wir den Gradienten längs der „Kraftlinie", so behält er also seine Richtung bei. Nun ist aber seine Richtung die der Kraftlinie selbst, also behält letztere ebenfalls im Fortschreiten ihre Richtung bei; sie also eine geodätische Linie, und nach (6) eine geodätische Nullinie.

Überlegen wir schließlich, daß der Gradient von E die Fortpflanzung der durch den Ansatz (5) gegebenen Schwingung darstellt, so haben wir den gewünschten Satz bewiesen.

2. Die Theorie der Rotverschiebung wird gewöhnlich so gegeben: Nach der Maßbestimmung

$$d\tau^2 = \sum_{ik} g_{ik}\, dx^i\, dx^k \qquad (x^4 = t)$$

ist das Verhältnis zwischen der Eigenzeit $d\vartheta$ einer in dem gewählten System ruhenden Uhr und der Zeit t gleich $\sqrt{g_{44}}$. Auf der Sonne ist g_{44} kleiner, als auf der Erde, also ist die Eigenzeit $d\vartheta_1$ einer Uhr auf der Sonne kleiner als die Eigenzeit $d\vartheta_2$ einer auf der Erde, wenn

1) H. Weyl, Raum, Zeit, Materie. 1. Aufl., S. 105, Gl. 41.

1) Ebenda S. 101, Gl. 36.

man beide $d\vartheta$ auf dasselbe dt bezieht. Die Schwingungszahlen aber, bezogen auf t, verhalten sich wie die Eigenzeiten.

Man kann dagegen einwenden, daß bei der vollkommenen Willkür in der Wahl der Zeitveränderlichen nicht einzusehen ist, was diese Beziehung auf dasselbe dt für eine physikalische Bedeutung haben soll. Oder anders ausgedrückt: Kommt die Lichtwelle auf der Erde mit derselben auf t bezogenen Schwingungszahl an, mit der sie die Sonne verläßt? Wenn sie bei der Fortpflanzung ihre Schwingungszahl ändert, so läßt die obige Überlegung überhaupt keinen Schluß auf einen physikalisch nachweisbaren Effekt zu.

Und zunächst scheint es nun in der Tat so zu sein. Denn es kann unmöglich in jedem Bezugssystem der Satz von der Erhaltung der Schwingungszahl einer Lichtwelle gelten. Gibt es nämlich ein System, in welchem er richtig ist, so brauchen wir nur die Transformation $t' = \varphi(t)$ auszuführen, wobei φ nicht gerade eine lineare Funktion mit konstanten, d. h. von x^1, x^2, x^3 unabhängigen Koeffizienten ist, und haben dann ein System, in dem er falsch ist.

Nun aber bezieht sich die übliche Theorie der Rotverschiebung gar nicht auf ein beliebiges, sondern auf ein ganz besonderes System mit der Maßbestimmung

$$d\tau^2 = V^2 dx^{4^2} - \sum_{ik=1}^{3} \gamma_{ik} dx^i dx^k,$$

in welcher alle Koeffizienten von $x^4 = t$ unabhängig sind.

Ergänzen wir nun, um zu Sinusschwingungen zu gelangen, den Ansatz (5) durch die Festsetzung

$$E = \alpha x^4 + f(x^1, x^2, x^3),$$

wobei wir aber unter α zunächst eine Funktion von x^1, x^2, x^3 verstehen, so liefert die Gleichung (6):

$$V^2 a^2 - \sum_{ik=1}^{3} \gamma_{ik} \frac{\partial f}{\partial x^i} \frac{\partial f}{\partial x^k} - x^4 \sum_{ik} \gamma_{ik} \frac{\partial \alpha}{\partial x^i} \frac{\partial \alpha}{\partial x^k} = 0.$$

Diese in t lineare Funktion kann nur dann identisch verschwinden, wenn die positiv definitive Quadratform, mit der t multipliziert ist, Null ist. D. h. α und ebenso die Schwingungszahl $2\pi k\alpha$ der Welle ist in diesem Koordinatensystem konstant.

Diskussion.

Hamel: Herr v. Laue hat uns 1. gezeigt, daß aus der Einsteinschen Theorie folgt, daß für lichtschnelle Schwingungen eine vollkommene Analogie zur geometrischen Optik besteht, 2., daß eine auf der Sonne eventuell stattfindende Rotverschiebung auch wirklich zu uns kommt. Ich möchte mir folgende Frage erlauben: Gibt es einen exakten Nachweis dafür, daß die Rotverschiebung wirklich eintritt. Nach der Auffassung der Theorie ist auf der Sonne die Uhr eine andere wie auf der Erde und es wird ohne weiteres angenommen, daß sich die Licht aussendenden schwingenden Atome nach dieser Uhr richten, wodurch die Rotverschiebung zustande kommen würde. Ist im Sinne des Herrn v. Laue ein Ansatz dafür vorhanden, dieses streng zu beweisen?

Einstein: Es ist eine logische Schwäche der Relativitätstheorie in ihrem heutigen Zustande, daß sie Maßstäbe und Uhren gesondert einführen muß, statt sie als Lösungen von Differentialgleichungen konstruieren zu können. Was aber die Zuverlässigkeit der Konsequenzen hinsichtlich der Beziehung auf das empirische Fundament der Theorie anbelangt, so sind die Konsequenzen, welche das Verhalten der starren Körper und Uhren betreffen, die am besten gesicherten. Da die emittierenden Atome als „Uhren" im Sinne der Theorie anzusehen sind, so gehört die Rotverschiebung zu den sichersten Ergebnissen der Theorie.

L. Grebe (Bonn), Über die Gravitationsverschiebung der Fraunhoferschen Linien.

Nachdem außer der Perihelbewegung des Merkur auch die aus der Einsteinschen Gravitationstheorie folgende Strahlenkrümmung im Sonnenfelde durch die Untersuchungen von Dyson, Eddington und Davidson ihre vorläufige Bestätigung gefunden hat, ist noch die Rotverschiebung der Spektrallinien, die für das Gravitationsfeld der Sonne einen Wert

$$\frac{\triangle \lambda}{\lambda} = 2 \cdot 10^{-6}$$

haben soll, Gegenstand der Diskussion der letzten Jahre gewesen.

Scheint es auf den ersten Blick, als ob die Konstatierung eines solchen Verschiebungseffektes bei der Feinheit unserer spektroskopischen Hilfsmittel, für die an sich eine Linienverschiebung von 0,008 Å. E. im violetten Spektralbezirk bei 4000 Å. E. leicht meßbar ist, keine Schwierigkeit haben könnte, so ergibt doch die Prüfung, daß es sich hier, wo das Sonnenspektrum in Frage kommt, um eine experimentell sehr schwierige Aufgabe handelt.

Das liegt einmal daran, daß der Vergleich eines Emissionsspektrums wie es unsere irdischen Lichtquellen liefern, mit einem Absorptionsspektrum schon an sich schwieriger ist, als etwa die Vergleichung zweier Emissionsspektren, dann

aber kommt hinzu, daß auf der Sonne auch anderweitige Verschiebungseffekte auftreten können, über die wir nicht hinreichend unterrichtet sind, um sie in allen Fällen mit genügender Sicherheit ausschließen zu können.

Solche möglichen Verschiebungseffekte sind zunächst Doppelverschiebungen, bedingt durch Bewegungen im Visionsradius der die Linien erzeugenden Gase; ferner Druckverschiebungen, die sich nach den Erfahrungen im Laboratorium bei vielen Spektrallinien zeigen; weiter können Verschiebungen durch anomale Dispersion in Betracht gezogen werden, wenn man mit Julius die Sonnenlinien nicht nur durch Absorption, sondern zum Teil auch durch Strahlenablenkung infolge anomaler Dispersion entstanden annimmt und schließlich können durch Ineinanderlagerung nicht trennbarer Fraunhoferscher Linien Störungen auftreten, die eine Veränderung der wahren Lage der beobachteten Linien hervorrufen. Beachtet man endlich noch, daß auch im irdischen Vergleichsspektrum nahe benachbarte Linien sich gegenseitig stören können, ohne daß im Absorptionsspektrum diese Störung die gleiche zu sein braucht, so sieht man, daß sehr mannigfaltige Einflüsse die Verschiebungsmessungen fälschen können; die Aufgabe des Experimentators muß also sein, diese Einflüsse auszuschalten, um zu reinen Resultaten zu kommen.

Die systematischen Dopplereffekte, wie sie durch die Rotation der Sonne für Randbeobachtungen und durch die radiale Bewegung der Erde relativ zur Sonne auftreten sind natürlich leicht durch Rechnung zu eliminieren. Ebenso lassen sich verhältnismäßig leicht Dopplereffekte infolge der Bewegung des die Linien erzeugenden Gases durch vergleichende Beobachtungen der Sonnenmitte und der Sonnenränder eliminieren.

Schwieriger ist es mit den Druckeffekten. Linien, die überhaupt Druckeffekte zeigen, dürfen deshalb für die Untersuchung überhaupt nicht verwendet werden; aber wir haben in den Linien der Bandenspektra Objekte zur Verfügung, die nach den uns bekannten Untersuchungen keine Druckverschiebung zeigen. Auf der Sonne zeigen sich um die Banden des Stickstoffs, die früher dem Cyan zugeschrieben wurden und da diese nach Untersuchungen z. B. von Geißler auch frei von Erscheinungen der anomalen Dispersion sein sollen, sind sie zur Untersuchung der in Rede stehenden Effekte besonders geeignet.

Zuerst von Schwarzschild, dann von Evershed und Royds, später von St. John und schließlich von Bachem und mir sind deshalb die Banden zur Untersuchung des Einsteinschen Gravitationseffektes herangezogen worden.

Ich will zunächst über die Versuche von Bachem und mir berichten, um dann mit einigen Worten auf die der anderen Autoren einzugehen.

Wir benutzten folgende Versuchsanordnung:

Das Sonnenlicht wurde mittels eines Fueßschen Heliostaten zu der im Keller des Bonner Physikalischen Instituts aufgebauten Konkavgitteraufstellung geleitet. Durch einen guten Hohlspiegel wurde ein Sonnenbild von 1,2 cm Größe entworfen und dieses durch ein Steinheilsches Spektrographenobjektiv auf etwa 5 cm vergrößert. Durch eine mit konzentrischen Kreisen versehene Spaltblende konnte die Mitte des Sonnenbildes bis auf Bruchteile des Millimeters genau auf den Spalt des Gitterspektrographen geworfen werden. Das Gitter selbst war ein sehr gutes Rowlandsches Konkavgitter, das durch jahrzehntelange Untersuchung als vollständig fehlerfrei bekannt ist. Wir haben fast alle Aufnahmen in der zweiten Ordnung gemacht, weil sich bei Probeaufnahmen und -messungen ergab, daß eine weitere Vergrößerung, wie sie etwa in dritter Ordnung erreicht wird, keinen Vorteil für die Messung mehr bietet, im Gegenteil wegen der Verbreiterung der Absorptionslinien in der Sonne, wodurch die Ränder verwaschen werden, die Sicherheit der Einstellung des Meßmikroskops beeinträchtigt. Es ist dies übrigens eine bei der Messung von Absorptionsspektren durchaus bekannte Erscheinung. Die Dispersion bei unsern Aufnahmen betrug etwas über 1 mm pro Ångströmeinheit, die auflösende Kraft des Spektralapparates ist für die zu erwartenden Effekte weitaus genügend.

Eine besondere Untersuchung galt dem Vergleichsspektrum. Es wurde im Kohlebogen erzeugt und immer zu beiden Seiten des Sonnenspektrums zur Hälfte vor, zur Hälfte nach der Sonnenaufnahme belichtet, um etwaige Einflüsse von Temperaturänderungen auszuschließen. Die Temperatur war übrigens so konstant — sie änderte sich tagelang überhaupt nicht meßbar —, daß Änderungen während der Aufnahme nicht wahrscheinlich waren.

Da wir aber bei Metallspektren Einflüsse der Bogengröße und Stromstärke auf die Metalllinien oder Teile derselben kennen, wurden Vergleichsaufnahmen der Stickstoffbanden bei verschiedenen Bogenbedingungen gemacht. Dabei wurde auch der Bogen verschiedenen Drucken ausgesetzt von 70 mm Druck bis 3 Atmosphären ohne daß eine meßbare Beeinflussung der Linien erfolgt wäre. Es ist also der Kohlebogen ein durchaus einwandfreies Mittel zur Erzeugung des Vergleichsspektrums.

Die Messungen wurden in der Weise ausgeführt, daß immer direkt die Differenz Sonnenlinie —Bandenlinie durch Messung an einem Töpferschen Meßapparat und einer Wolzschen Teilmaschine bestimmt wurde. Die angeschriebene Tabelle gibt die Mittelwerte für die von uns gemessenen 36 Linien[1]). Jede Zahl ist das Mittel aus Messungen an meist 5—6 Platten, die je 4 mal gemessen wurden, also ist meist aus 20—24 Beobachtungen, von denen die Hälfte Bachem, die andere Hälfte ich ausgeführt habe, gebildet. Die Zahlen bedeuten äquivalente Dopplergeschwindigkeiten — der Einsteinsche Effekt sollte etwa 0,6 km/sec entsprechen.

Man sieht, daß die Verschiebungen im Mittel den Einsteinwert nicht erreichen, sondern etwa die Hälfte desselben ergeben; aber man sieht auch, daß die Zahlen eine Mittelbildung überhaupt nicht gestatten; denn die Verschiedenheiten der Zahlen sind nicht etwa zufällige durch Versuchs- oder Meßfehler bedingte, sondern sie entsprechen einem wirklich verschiedenen Verhalten der Linien. Das tritt insbesondere dann zutage, wenn Sie die Messungen anderer Beobachter an den gleichen Linien vergleichen. Sie sehen dann, daß die Linien mit starker Verschiebung bei allen Beobachtern die am stärksten verschobenen sind und umgekehrt. Und damit erscheint es zunächst aussichtslos, diese Messungen überhaupt zur Kritik des in Rede stehenden Effektes zu verwenden, wenn es nicht gelingt, diejenigen Linien herauszuschälen, deren Verschiebung als die richtige angesprochen werden kann bzw. festzustellen, warum diese verschiedenen Linien verschiedene Verschiebungen zeigen.

Und das ist der Kernpunkt unserer weiteren Bemühungen gewesen: Welches ist der Grund dafür, daß die verschiedenen Sonnenlinien verschieden starke Verschiebung zeigen, obwohl es sich um Linien derselben Bande handelt, die also von demselben Zentrum erzeugt sein müssen.

Ehe ich aber auf die Resultate dieser Untersuchungen eingehe, will ich kurz die schon erwähnten Arbeiten der andern Autoren besprechen.

Die erste hier in Betracht kommende Arbeit ist die von Schwarzschild aus dem Jahre 1914. Sie wurde im Potsdamer Astrophysikalischen Institut mit einem Plangitter und Kollimatorrohr mit etwa der gleichen Dispersion, wie wir sie zu unseren Messungen verwendet haben, angestellt. Das auf den Spalt projizierte Sonnenbild war 2,6 cm groß. Die Resultate zeigen mit der unseren eine bemerkenswert gute Übereinstimmung. Schwarzschild hat ferner das Verhalten am Sonnenrande gegen die Sonnenmitte untersucht und findet einen kleinen Randeffekt im Sinne einer schwachen Rotverschiebung am äußersten Sonnenrande gegen die Sonnenmitte. Wie bei uns tritt deutlich das verschiedene Verhalten der verschiedenen Linien hervor, ohne daß indes daraus der Schluß gezogen wird, daß eine einfache Mittelbildung aus den gemessenen Linien nicht erlaubt ist.

Eine weitere wichtige Untersuchung stammt von St. John. Sie ist ebenfalls mit einem Plangitter ausgeführt und benutzt 43 Linien des Cyanbandenspektrums. Die Aufnahmen sind in 3. und 4. Ordnung des Gitters gemacht und haben daher größere Dispersion wie die von Schwarzschild und uns. Etwa 0,56 Å. E. pro mm in der dritten und 0,36 Å. E. in der vierten Ordnung. Ich habe schon oben erwähnt, daß für die Messung eines Absorptionsspektrums, sobald nur die nötige auflösende Kraft einmal erreicht ist, die Benutzung größerer Dispersion keinen Vorteil mehr bietet, wie wir selbst durch Vergleich der Aufnahmen in 2. und 3. Ordnung festgestellt haben. Sie spielt nur noch die Rolle einer Vergrößerung, wie man sie auch mit dem Meßmikroskop erreichen kann, und jeder, der einmal Platten ausgemessen hat, weiß, daß man die Vergrößerung nicht zu weit steigern darf. Außerdem benutzt St. John zur Erzeugung des Sonnenbildes ein 60 Fuß Turmteleskop, wodurch ein etwa 18 cm großes Sonnenbild erzielt wird. Das ist von hoher Bedeutung für die Beobachtungen am Sonnenrande, wo es gilt, sehr genau die Stelle der Sonnenscheibe festzustellen, an der man sich befindet. Für die Messungen in der Sonnenmitte hat es keine Bedeutung, da sich auch bei kleinem Sonnenbild die Mitte des Kreises mit vollkommen ausreichender Genauigkeit bestimmen läßt. Dementsprechend halte ich die Messungen am Sonnenrande für besser als die von Schwarzschild und uns, während die in der Sonnenmitte meiner Meinung nach keineswegs mit günstigeren Versuchsanordnungen gegen Schwarzschild und uns angestellt erscheinen. Merkwürdig ist es, daß die Resultate der Rotverschiebung in der Sonnenmitte bei St. John etwas kleiner ausfallen wie bei Schwarzschild und uns. Sie ergeben im Mittel der von St. John benutzten Linie nur 0,1 km/sec während sie bei Schwarzschild 0,22 und bei uns 0,3 km für die benutzten Linien betragen. Aber auch hier bei St. John kommt wieder deutlich zum Vorschein, daß die verschiedenen Linien sich verschieden verhalten und daß

1) Grebe u. Bachem, Verh. d. D. Phys. Ges. **21**, 457, 1919.

eigentlich eine Mittelbildung nicht erlaubt ist. Der Randeffekt bei St. John beträgt 0,0019 A. E. = 0,14 km.

Es liegen schließlich noch Messungen an 12 Linien der Cyanbande von Evershed und Royds vor, die ebenfalls mit Gitter ausgeführt sind, und die anscheinend mit kleinerer Dispersion gemacht sind. Dabei sind zum Teil Liniengruppen benutzt, was wohl mit Recht von St. John beanstandet wird. Aber die 4 einzelnen Linien zeigen bei den Messungen von Evershed und Royds auch wieder größere Werte als bei St. John, so daß die Messungen des letzteren gegen alle andern vorliegenden Werte kleiner sind, ohne daß ich für diese systematische Abweichung eine Erklärung angeben könnte. Zum Teil liegt es allerdings daran, daß Linien, die etwas größere Verschiebung ergeben, nicht mit benutzt sind, also an der getroffenen Auswahl.

Alle die erwähnten Arbeiten stimmen also in dem Ergebnis überein, daß verschiedene Linien verschiedene Verschiebungen ergeben und es tritt also die Frage auf, wie diese Verschiedenheiten zu erklären sind. Wir hatten zuerst geglaubt, daß es Unsymmetrien im Bau der Cyanbandenlinien seien, die die verschiedenen Verschiebungen bewirkten und hatten aus einem Versuch, der ergab, daß eine sehr lang exponierte gegen eine sehr kurz exponierte Cyanbandenaufnahme eine Verschiebung bei der Messung von 2 bis 3 Tausendstel A. E. ergab, eine Stütze dieser Annahme gefolgert. Die späteren Untersuchungen haben nun das Vorhandensein solcher Unsymmetrien durchaus bestätigt, aber gezeigt, daß sie nur zum Teil in dem Bau der Cyanbande begründet liegen und auch da nicht in einer Unsymmetrie der Linien selbst, sondern in einer Störung durch Nachbarlinien ihre Ursache haben: solche Störungen sind aber in dem Sonnenspektrum noch viel häufiger als im irdischen Vergleichsspektrum.

Dieses Ergebnis gründet sich auf mikrophotometrische Aufnahmen, die wir mit Hilfe eines Kochschen selbstregistrierenden Mikrophotometers von allen von uns vermessenen Linien im Sonnenspektrum und im Vergleichsspektrum hergestellt haben. Dabei ergab sich, wie Sie in dem Projektionsbild der Originalaufnahmen sehen[1]), daß nur wenige von den von uns benutzten 36 Linien wirklich störungsfrei sind, so daß die gemessene Verschiebung zur Kritik des in Rede stehenden Effektes benutzt werden darf. Von den 36 Linien bleiben nur 11 übrig, deren Verschiebung Sie in der angeschriebenen Tabelle aufgezeichnet finden. Dann aber ist die Verschiebung erheblich größer als der Mittelwert aus allen. Die kleinen und die negativen Verschiebungen sind herausgefallen und es bleibt eine Rotverschiebung bestehen, die dem Einsteineffekt ungefähr entspricht, nämlich im Mittel aus allen Beobachtern

0,51 km/sec.

Berücksichtigen Sie noch den von Schwarzschild und St. John gefundenen Randeffekt von 0,14 km, so erhalten Sie einen Verschiebungseffekt von 0,65 km/sec, der mit aller wünschenswerten Genauigkeit dem Einsteinwert entspricht. Wir haben deshalb aus unseren Untersuchungen den Schluß gezogen, daß der durch die Einsteinsche Theorie geforderte Gravitationseffekt der Linienverschiebung wirklich vorhanden ist.

Immerhin gründet sich dieses Resultat nur auf Messungen an wenigen Linien, erscheint also einer Bestätigung auf anderem Wege bedürftig; und nach einer solchen anderweitigen Bestätigung habe ich deshalb gesucht.

Die bisherigen zu kleinen Verschiebungswerte haben Bachem und ich durch die getroffene Auswahl der Linien erklärt, bei der man leicht dazu geführt wird, die Linien mit zu großer Verschiebung als unbrauchbar anzunehmen, während man die zu kleinen als besser anzusehen geneigt ist. So nimmt Rowland in dem für unsere Messungen benutzten Bereich 24 mal einen Begleiter nach Rot an, während er nur 6 mal einen solchen nach Violett vermutet. Zu große Verschiebungen gegen die irdische Lichtquelle werden eben nach Rot infolge des hinzukommenden Einsteineffektes immer auffälliger werden als solche nach Violett, wo sich der Gravitationseffekt von der Verschiebung abzieht.

Sind aber wirklich die Unsymmetrien durch zufällige Störungen durch Nachbarlinien verursacht, so müssen sie herausfallen, sobald man nur eine genügend große Zahl von Linien benutzt, bei denen überhaupt auf jede Auswahl verzichtet ist; d. h. man muß in einem Intervall der Cyanbande etwa alle auftretenden Linien für die Verschiebungsuntersuchung benutzen.

Eine solche vollständige Messung liegt nun für die Cyanbande im Sonnenspektrum in den von Jewell vermessenen Rowlandschen Aufnahmen vor, während sie für das Kohlebogenspektrum in ausgezeichneten Messungen von Uhler und Patterson vorhanden ist. Diese Messungen sind in verschiedenen Normalen-

1) Grebe u. Bachem, Zeitschr. f. Phys. **2**, 415 ff. Durch ein Versehen fehlen in der Tabelle S. 421 zwei von uns als gut angesehene Linien. Das Verschiebungsmittel ändert sich dadurch im Mittel aller Beobachter auf 0,51 gegen den dort angegebenen Wert 0,54 km/sec.

systemen ausgeführt; aber man kann sie leicht aufeinander beziehen. Man braucht bloß die Differenzen von beiden für diejenigen Linien zu bilden, für die die Sonnenverschiebung vorliegt und diese um den Betrag der Verschiebung zu korrigieren, die sich zwischen Sonne und Vergleichslichtquelle ergeben hat. Dann bekommt man für diese Linien den Unterschied, den das Vergleichsspektrum bei Rowlands Normalsystem gegen das bei Uhler und Patterson hat. Das habe ich für diejenigen Linien ausgeführt, die von Bachem und mir, Schwarzschild und St. John gemessen sind, und die keine größere Differenz als 0,2 km/sec ergeben haben, bei denen also alle drei Beobachter innerhalb der Versuchsfehler sich in Übereinstimmung befinden. Diese Linien wurden dann graphisch aufgetragen und eine Kurve gezeichnet, die als Grundwert für die Verschiebungen bei Rowland anzunehmen ist. Und nun habe ich für 100 aufeinanderfolgende Cyanbandenlinien des Rowlandatlas ohne jede Auswahl die Verschiebungen Sonne — Erde ausgerechnet. Das Resultat ist im Mittel — denn hier ist jetzt Mittelbildung erlaubt — 0,0063 Å. E. = 0,46 km und fügen Sie wieder den St. Johnschen Randeffekt von 0.14 km hinzu, so erhalten Sie 0,6 km Verschiebung nach Rot, also wieder den Einsteinwert. Sie sehen, daß beide voneinander völlig unabhängigen Methoden die von der Einsteinschen Theorie geforderte Verschiebung ergeben. Und wenn auch ganz zweifellos weitere Experimente zur Prüfung dieses Effektes angestellt werden müssen, so haben wir doch guten Grund schon jetzt zu der Annahme, daß die Rotverschiebung in dem geforderten Betrage wirklich vorhanden ist.

Allgemeine Diskussion über Relativitätstheorie.

Lenard: Ich habe mich gefreut, heute in einer Gravitationstheorie vom Äther sprechen gehört zu haben. Ich muß aber sagen, daß, sobald man von der Gravitationstheorie auf andere als massenproportionale Kräfte übergeht, sich der einfache Verstand eines Naturforschers an der Theorie stößt. Ich verweise auf das Beispiel vom gebremsten Eisenbahnzug. Damit das Relativitätsprinzip gilt, werden bei Benutzung nicht massenproportionaler Kräfte die Gravitationsfelder hinzugedacht. Ich möchte sagen, daß man sich im physikalischen Denken zweier Bilder bedienen kann, die ich als Bilder erster und zweiter Art bezeichnet habe. In den Bildern erster Art sprach z. B. Herr Weyl, indem er alle Vorgänge durch Gleichungen ausdrückt. Die Bilder zweiter Art deuten die Gleichungen als Vorgänge im Raume. Ich möchte lieber die Bilder zweiter Art bevorzugen, während Herr Einstein bei der ersten Art stehen bleibt. Bei den Bildern zweiter Art ist der Äther unentbehrlich. Er war stets eines der wichtigsten Hilfsmittel beim Fortschritt in der Naturforschung, und seine Abschaffung bedeutet das Abschaffen des Denkens aller Naturforscher mittels des Bildes zweiter Art. Ich möchte zuerst die Frage stellen: Wie kommt es, daß es nach der Relativitätstheorie nicht unterscheidbar sein soll, ob im Falle des gebremsten Eisenbahnzuges der Zug gebremst oder die umgebende Welt gebremst wird?

Einstein: Es ist sicher, daß wir relativ zum Zug Wirkungen beobachten und wenn wir wollen, diese als Trägheitswirkungen deuten können. Die Relativitätstheorie kann sie ebensogut als Wirkungen eines Gravitationsfeldes deuten. Woher kommt nun das Feld? Sie meinen, daß es die Erfindung des Herrn Relativitätstheoretikers ist. Es ist aber keine freie Erfindung, weil es dieselben Differentialgesetze erfüllt wie diejenigen Felder, die wir als Wirkungen von Massen aufzufassen gewohnt sind. Es ist richtig, daß etwas von der Lösung willkürlich bleibt, wenn man einen begrenzten Teil der Welt ins Auge faßt. Das relativ zum gebremsten Zug herrschende Gravitationsfeld entspricht einer Induktionswirkung, die durch die entfernten Massen hervorgerufen wird. Ich möchte also kurz zusammenfassend sagen: Das Feld ist nicht willkürlich erfunden, weil es die allgemeinen Differentialgleichungen erfüllt und weil es zurückgeführt werden kann auf die Wirkung aller fernen Massen.

Lenard: Herrn Einsteins Ausführungen haben mir nichts Neues gesagt; sie sind auch nicht über die Kluft von den Bildern erster Art zu den anschaulichen Bildern zweiter Art hinweggekommen. Ich meine, die hinzugedachten Gravitationsfelder müssen Vorgängen entsprechen und diese Vorgänge haben sich in der Erfahrung nicht gemeldet.

Einstein: Ich möchte sagen, daß das, was der Mensch als anschaulich ansieht, und was nicht, gewechselt hat. Die Ansicht über Anschaulichkeit ist gewissermaßen eine Funktion der Zeit. Ich meine, die Physik ist begrifflich und nicht anschaulich. Als Beispiel über die wechselnde Ansicht über Anschaulichkeit erinnere ich Sie an die Auffassung über die Anschaulichkeit der galileischen Mechanik zu den verschiedenen Zeiten.

Lenard: Ich habe meine Meinung in der

Druckschrift „Über Relativitätsprinzip, Äther, Gravitation" zum Ausdruck gebracht, daß der Äther in gewissen Beziehungen versagt hat, weil man ihn noch nicht in der rechten Weise behandelt hat. Das Relativitätsprinzip arbeitet mit einem nichteuklidischen Raum, der von Stelle zu Stelle und zeitlich nacheinander verschiedene Eigenschaften annimmt; dann kann nun eben in dem Raum ein Etwas sein, dessen Zustände diese verschiedenen Eigenschaften bedingen, und dieses Etwas ist eben der Äther. Ich sehe die Nützlichkeit des Relativitätsprinzips ein, solange es nur auf Gravitationskräfte angewandt wird. Für nicht massenproportionale Kräfte halte ich es für ungültig.

Einstein: Es liegt in der Natur der Sache, daß von einer Gültigkeit des Relativitätsprinzips nur dann gesprochen werden kann, wenn es bezüglich aller Naturgesetze gilt.

Lenard: Nur wenn man geeignete Felder hinzudichtet. Ich meine, das Relativitätsprinzip kann auch nur über Gravitation neue Aussagen machen, weil die im Falle der nichtmassenproportionalen Kräfte hinzugenommenen Gravitationsfelder gar keinen neuen Gesichtspunkt hinzufügen, als nur eben den, das Prinzip gültig erscheinen zu lassen. Auch macht die Gleichwertigkeit aller Bezugssysteme dem Prinzip Schwierigkeiten.

Einstein: Es gibt kein durch seine Einfachheit prinzipiell bevorzugtes Koordinatensystem; deshalb gibt es auch keine Methode, um zwischen „wirklichen" und „nichtwirklichen" Gravitationsfeldern zu unterscheiden. Meine zweite Frage lautet: Was sagt das Relativitätsprinzip zu dem unerlaubten Gedankenexperiment, welches darin besteht, daß man z. B. die Erde ruhen und die übrige Welt um die Erdachse sich drehen läßt, wobei Überlichtgeschwindigkeiten aufheben?

Der erste Satz ist keine Behauptung, sondern eine neuartige Definition für den Begriff „Äther".

Ein Gedankenexperiment ist ein prinzipiell, wenn auch nicht faktisch ausführbares Experiment. Es dient dazu, wirkliche Erfahrungen übersichtlich zusammenzufassen, um aus ihnen theoretische Folgerungen zu ziehen. Unerlaubt ist ein Gedankenexperiment nur dann, wenn eine Realisierung prinzipiell unmöglich ist.

Lenard: Ich glaube zusammenzufassen zu können: 1. Daß man doch besser unterläßt, die „Abschaffung des Äthers" zu verkünden. 2. Daß ich die Einschränkung des Relativitätsprinzips zu einem Gravitationsprinzip immer noch für angezeigt halte, und 3., daß die Überlichtgeschwindigkeiten dem Relativitätsprinzip doch eine Schwierigkeit zu bereiten scheinen; denn sie heben bei der Relation jedes beliebigen Körpers auf, sobald man dieselbe nicht diesem, sondern der Gesamtwelt zuschreiben will, was aber das Relativitätsprinzip in seiner einfachsten und bisherigen Form als gleichwertig zuläßt.

Rudolph: Daß sich die allgemeine Relativitätstheorie glänzend bewährt hat, ist kein Beweis gegen den Äther. Die Einsteinsche Theorie ist richtig, nur ihre Ansicht über den Äther ist nicht richtig. Auch wird sie erst annehmbar mit der Weylschen Ergänzung, geht dann aber sogar aus der Ätherhypothese hervor, wenn zwischen den beim Fließen verschobenen Ätherwänden Lücken bleiben, die durch Schleuderkraft infolge Richtungsänderung der Sternfäden leer gehalten werden.

Padagyi: Die Diskussion zwischen Einstein und Lenard hat auf mich einen tiefen Eindruck gemacht. Man begegnet hier wieder den alten historischen Gegensätzen zwischen experimentaler und mathematischer Physik, wie sie schon z. B. zwischen Faraday und Maxwell bestanden. Herr Einstein sagt, daß es kein ausgezeichnetes Koordinatensystem gibt. Es gibt eins. Lassen Sie mich biologisch denken. Dann trägt jeder Mensch sein Koordinatensystem in sich. In der Verfolgung dieses Gedankens ist eine Widerlegung der Relativitätstheorie enthalten.

Einstein weist darauf hin, daß kein Gegensatz zwischen Theorie und Experiment besteht.

Born: Die Relativitätstheorie bevorzugt sogar die Bilder zweiter Art. Ich betrachte als Beispiel die Erde und die Sonne. Wäre die Anziehung nicht, liefe die Erde geradlinig davon usw.

Mie: Daß die Ansicht, der Äther sei der greifbaren Materie wesensgleich, erst durch die Relativitätstheorie als unmöglich erkannt sein solle, habe ich nie verstehen können. Das war doch schon lange vorher durch Lorentz in seinem Buch „Elektrische und optische Erscheinungen in bewegten Körpern" geschehen. Auch Abraham hat in seinem Lehrbuch schon damals, als er der Relativitätstheorie noch ablehnend gegenüberstand, gesagt: „Der Äther ist der leere Raum."

Ich bin der Ansicht, daß man auch bei Annahme der Einsteinschen Gravitationstheorie doch ganz scharf unterscheiden muß zwischen den bloß fingierten Gravitationsfeldern, die man nur durch die Wahl des Koordinatensystems in das Weltbild hineinbringt, und den wirklichen Gravitationsfeldern, die durch den objektiven Tatbestand gegeben sind. Ich

habe kürzlich einen Weg gezeigt, wie man zu einem „bevorzugten" Koordinatensystem kommen kann, in welchem von vornherein alle bloß fingierten Felder ausgeschlossen sind.

Einstein: Ich kann nicht einsehen, wieso es ein bevorzugtes Koordinatensystem geben soll. Höchstens könnte man daran denken, solche Koordinatensysteme zu bevorzugen, in bezug auf welche der Minkowskische Ausdruck für ds^2 annähernd gilt. Aber abgesehen davon, daß es für große Räume solche Systeme gar nicht geben dürfte, sind diese Koordinatensysteme sicherlich nicht exakt, sondern nur approximater definierbar.

Kraus weist auf eine erkenntnistheoretische Differenz zwischen den Bildern erster und zweiter Art hin, indem er die Bilder erster Art für höherwertig als die Bilder zweiter Art hält.

Lenard: Es ist soeben das Schwerpunktsprinzip hineingebracht worden; ich glaube jedoch, daß das auf prinzipielle Fragen keinen Einfluß haben kann.

Hugo Dingler (München), Kritische Bemerkungen zu den Grundlagen der Relativitätstheorie.

Ich werde mich im folgenden mit einer Kritik der Grundlagen der Relativitätstheorie beschäftigen. Zuvor aber möchte ich nach alter ritterlicher Sitte vor dem Gegner den Degen senken und folgendes zum Ausdruck bringen.

Man mag zu der Relativitätstheorie stehen wie man will, das eine ungeheure Verdienst wird ihr, neben ihrer heuristischen Bedeutung, vor der Geschichte der Physik nicht genommen werden können: es ist ihr in kürzester Zeit, was noch vor 20 Jahren kaum jemand für möglich gehalten hätte, gelungen, fast die Gesamtheit der Gebildeten für die Grundlagen der exakten Wissenschaften aufs intensivste zu interessieren. Und ein weiteres hohes Verdienst, das man erst in einiger Zeit wird völlig würdigen können, ist das: Indem der ausgezeichnete und verdiente Schöpfer dieser Theorie mit rücksichtsloser Konsequenz aus den bestehenden völlig unbewiesenen Tagesmeinungen über die Grundlagen der Physik die Folgerungen zog und auf ihnen mit fabelhafter mathematischer Kunst eine große Theorie errichtete, hat er auf eine überaus eindrucksvolle Weise auf das verhängnisvolle Durcheinander hingewiesen, das in diesen Fragen noch herrscht, und wird auf diese Weise der Anstoß dazu sein, daß auch breiteren Kreisen dieses Durcheinander zum Bewußtsein kommt, und daß man sich nach einer Ordnung desselben umsieht.

Diese historischen Wirkungen der Relativitätstheorie werden alle Beweise ihrer Unhaltbarkeit ihr nicht zu rauben vermögen, und wenn diese Theorie, wie ich sicher bin, fällt, wird dies nicht aus Fehlern geschehen, die der Schöpfer der Theorie als solcher machte, sondern aus Fehlern, die in der herrschenden Anschauung über die Grundlagen der Physik liegen.

Ich komme zur Sache.

Es gibt am Anfang der Mechanik gewisse Schwierigkeiten, welche sich auf die Festlegung irgendwelcher Bewegungen im Raum beziehen und ferner besteht die Frage nach der Definition der Zeit. Wir wollen die Gesamtgruppe dieser Probleme als „die Orientierungsprobleme" bezeichnen, und uns mit ihnen beschäftigen. Die mangelnde Gelöstheit dieser Probleme hat in der Relativitätstheorie ihren sozusagen klassischen Ausdruck gefunden.

Lassen Sie uns vorerst einige Überlegungen anstellen.

Zunächst ist eine scharfe Scheidung festzuhalten zwischen Bewegungen geometrischer Figuren und von wirklichen Körpern. Die ersteren gehören zur Kinematik, die anderen zur Mechanik. In der Relativitätstheorie wird beides fortwährend vermengt zum großen Schaden der Klarheit. Ein Koordinatensystem ist eine geometrische Figur und kein wirklicher Körper. Ein Koordinatensystem braucht nicht fest an einem wirklichen Körper verankert zu sein, und es ist für jeden wirklichen Vorgang vollkommen gleichgültig, wie sich das Koordinatensystem, auf das ich ihn beziehe, bewegt. Denn, und dieses Prinzip liegt hier zugrunde, eine rein mathematisch-geometrische Bestimmung, die ja nur ein gedachtes Ding ist, kann keine reale Wirkung ausüben. (Diese Festsetzung ist die einfachere gegenüber der, daß eine solche Wirkung möglich sei. Denn dadurch wäre die Trennung zwischen Innen- und Außenwelt aufgehoben und ein noch vollkommeneres Durcheinander wäre die Folge. Sie sehen aber, schon hier liegen Festsetzungen zugrunde. Und genaues Zusehen zeigt, daß diese Festsetzungen durch Erfahrung weder bewiesen, noch widerlegt werden können.) Ich kann Sie also wie Sie hier sitzen in Gedanken auf ein beliebig beschleunigtes Koordinatensystem beziehen, ohne daß Sie das Geringste davon merken.

Wenn also die Relativitätstheorie davon spricht, daß durch bewegte Koordinatensysteme in der Wirklichkeit Wirkungen erzeugt werden, so ist das eine etwas unglückliche Ausdrucksweise dafür, daß gewisse Körper bewegt werden, mit denen sie sich ein Koordinatensystem verbunden denkt.

Ein zweiter wichtiger Satz ist der, daß rein

kinematisch zu jedem bewegten Körper ein Koordinatensystem so bestimmt werden kann, daß der Körper in bezug auf dieses System eine beliebige Bewegung beschreibt.

Nun erhebt sich die Frage: Wie machen wir die Bestimmungen der Bewegungen in der Wirklichkeit eindeutig? Denn dies ist zur widerspruchslosen Beschreibung der Wirklichkeit anzustreben.

Ich werde diese Probleme hier nach meinen Grundsätzen betrachten und man wird erstaunt sein, wie einfach und klar dabei alles wird. Nehmen wir also einen wirklichen Körper. Man spricht nun immer davon, ob man „an einem bewegten Körper durch mechanische Experimente seine Bewegung feststellen könne". Diese Ausdrucksweise ist in der Mechanik völlig irreführend. Ich kann fragen: gehöre ich zu dem bewegten Körper, gehören die Körper, mit denen ich Experimente mache, zu ihm, und wenn, auf welche Weise gehören diese dazu? Alle diese unnötigen Komplikationen liegen in dieser scheinbar so einfachen Ausdrucksweise, die aus der Theorie des Lichtes stammt. Wir werden gleich sehen, wie sie die Veranlassung zu den seltsamsten Mißverständnissen gewesen ist.

Es ist nämlich in der Mechanik nicht die Frage: wie ich an einem bewegten Körper durch mechanische Experimente seine Bewegung feststellen kann, nicht dieses irreführende Scheinproblem ist die Frage, sondern einfach: Wann nenne ich einen Körper bewegt, und wie ist seine Bewegung festzustellen? Ist die letztere Frage gelöst, dann ist es die erste von selbst.

Ein überaus charakteristisches Beispiel für das Gesagte ist der in der Relativitätstheorie so viel gebrauchte Eisenbahnwagen.

Man beginnt damit, zu sagen: Wenn ein Eisenbahnwagen eine Translation erfährt, kann dies der Ballspieler im Zuge nicht feststellen. Erfährt er eine Beschleunigung, so wird das Ballspielen unmöglich. Daraus hat man geschlossen, daß in dieser Hinsicht eine prinzipielle Verschiedenheit zwischen geradliniger gleichförmiger und ungleichförmiger Bewegung sei. Und doch ist dieses Beispiel völlig falsch. Bei dem transferierten Eisenbahnwagen setzt man voraus, daß der Ballspieler diese Translation einfach mitmache. Bei dem beschleunigten Zug aber setzen wir voraus, daß nur der Wagen beschleunigt wird, worauf der Ballspieler natürlich umfällt. Die beiden Fälle der transferierten und beschleunigten Eisenbahnwagen sind also so überhaupt nicht vergleichbar. Denn entweder muß in beiden der Ballspieler unabhängig vom Wagen sein, oder in beiden abhängig. Im ersten Falle wird er ohne Schwierigkeit die Bewegung des Zuges relativ zu sich feststellen können, und zwar in beiden Fällen. Im zweiten Fall, wenn angenommen wird, daß der Ballspieler (und seine Bälle natürlich) dauernd die gleiche Bewegung haben und erleiden, wie der Zug, wird es unmöglich, die Bewegung durch seine Bälle festzustellen, und zwar in beiden Fällen, wenn die Bewegung geradlinig verläuft. Den beschleunigten Fall kann man sich etwa realisiert denken dadurch, daß der Waggon unter Verschwinden der Reibung von einer großen Masse plötzlich stark nach dem Newtonschen Gesetz längs der Schienen angezogen wird, wobei dann alle Körper in ihm die gleiche Beschleunigung erhalten wie er selbst.

Damit ist das sogenannte Relativitätsprinzip der Newtonschen Mechanik von dieser Seite her erledigt. Die Rotation werden wir noch betrachten.

Daß der geschilderte Irrtum nicht nur in populären Schriften vorkommt, dafür hier nur ein Beispiel. In einem verdienstlichen Schriftchen über „Physikalisches über Raum und Zeit" gibt der Verfasser sogar ein objektives Experiment für den obigen falschen Satz. Er verbindet zwei Holzscheiben durch eine vertikale Spiralfeder. Läßt er das Ganze frei fallen, so zieht sich die Feder zusammen. Erzeugt er durch Reibung der tragenden Schnur eine gleichförmige Bewegung, so bleibt die Feder gespannt. Es ist klar, daß, wenn er dem horizontal gestellten System eine horizontale gleichförmige freie Bewegung geben würde, die Feder ebenfalls entspannt sein würde.

Ich bitte um Entschuldigung, wenn ich so elementare Dinge hier behandeln muß, aber diese befinden sich in unserer Wissenschaft im Zustande einer völligen Ungeklärtheit und Desorganisation.

Nun ein kurzes Wort über den Terminus „sich bewegen". Dieser wird im täglichen Leben trotz aller kinematischen Relativität ganz absolut gebraucht (oft ohne Angabe des Bezugskörpers). Sieht man genauer zu, so findet man, daß stets nur dann dieser scheinbar absolute Gebrauch stattfindet, wenn die Bewegung relativ zu einem vielfach größeren Körper erfolgt. Nehmen wir einmal diesen Gebrauch an, so ist die Phrase, daß sich der Eisenbahnzug bewegt, in dieser Hinsicht sinnvoll. Und ebenso die, daß sich die Erde bewegt, oder daß sich das Sonnensystem bewegt. Es ist klar, daß diese Stufenleiter nicht unendlich sein kann, und wir gelangen schließlich zu der Gesamtheit der mit unseren Sinnen irgendwie erreichbaren Welt. Dies ist im Groben das, was ich den „Festraum" genannt habe.

Schon Hugo v. Seeliger, sowie Ernst Mach und andere haben als letzten Bezugskörper, auf den alles bezogen wird, das Fixsternsystem bezeichnet. Die Astronomen benützen dies gewohnheitsmäßig, indem sie es auf hier nicht näher darzulegende Art von allen Bewegungen der Teile gegeneinander nach und nach befreien, was ein Prozeß von stetig steigender Genauigkeit ist. Sieht man genauer zu, dann erkennt man, daß dieser Prozeß nichts anderes bedeutet, als die allmählich immer genauere Konstruktion, oder Einbauung eines idealen starren Körpers in den uns zugänglichen Weltraum, dem gegenüber dann alle Bewegungen von Teilen des zugänglichen Universums stattfinden. Ich habe diese Verhältnisse in meinen „Grundlagen der Physik" genauer dargelegt, wo ich diesen idealen starren Körper den Festraum genannt habe. Man kann ihn als den Neumannschen Bezugskörper Alpha betrachten, welcher für Neumann das absolute Bezugssystem definierte[1]). Es bedarf aber der genauen Überlegung über die Bewegungen des Festraumes. Da zeigen uns unsere obigen Betrachtungen, daß Gesamttranslationen oder Gesamtbeschleunigungen desselben in gerader Linie nach dem Newtonschen Gesetz in dem Festraume nicht bemerkt werden können. Anders steht es jedoch mit Drehungen. Und hier kommen wir zum vielleicht bedeutungsvollsten Punkt in der Betrachtung der Orientierungsprobleme. Hier besteht eine äußerst folgenreiche Schwierigkeit.

Aus den Newtonschen Axiomen der Mechanik kann man ableiten, daß an einem sich drehenden Körper Kräfte auftreten, Zentrifugalkräfte, die etwa einen hinreichend plastischen Körper deformieren. Nun entstand folgendes Dilemma: Rein phoronomisch war es ganz gleichgültig, ob ich sagte, der Körper dreht sich gegen die Umgebung, oder ob ich sagte, die Umgebung dreht sich gegen den Körper. Zeigt nun aber ein Körper durch die Drehung objektive Veränderungen oder sonstige Wirkungen, so liegt es offenbar nicht mehr in meinem Belieben, ob ich ihm selbst eine Drehung zuschreibe oder nicht. Diese Schwierigkeit hat bekanntlich schon Newton nicht zu lösen vermocht.

Betrachten wir insbesondere die Drehung eines Körpers gegen das Fixsternsystem, und denken uns jetzt einmal mit Ernst Mach letzteres hinweg, so würde kein Bezugskörper mehr da sein, trotzdem aber die Drehung objektiv, wir hätten eine absolute Drehung. Diese Folgerung ist Ernst Mach so unsympathisch, daß er schließlich sich, wenn auch höchst widerwillig, zu dem Ausweg getrieben sieht, die Ursache für die Zentrifugalerscheinungen in der Anwesenheit des Fixsternsystems zu finden. Sie wissen, daß dieser Gedanke in der neueren Relativitätstheorie seinen systematischen Ausbau gefunden hat. Wenn man die Sache so betrachtet, wie sie gewöhnlich betrachtet wird, muß man zugeben, daß tatsächlich kein anderer Ausweg bleibt[1]).

Um so überzeugender zeigt sich daher die Kraft einer Art von Überlegungen, wie ich sie selbst seit über 15 Jahren anstelle, wenn man von ihnen aus das Problem betrachtet.

Aus den Newtonschen Prinzipien kann man den Satz ableiten, daß ein sonst unbeeinflußtes Pendel dauernd seine Schwingungsebene beibehält. Damit haben wir die Definition einer absolut orientierten Ebene. Wir sahen nun oben, daß geradlinige Gesamtbewegungen des Festraumes innerhalb desselben nicht konstatierbar sind. Fügen wir nun das Foucaultsche Pendel als Definition der absolut orientierten Ebene hinzu, dann können wir auch jede Drehung des Festraumes feststellen und damit eliminieren. Dann ist der für unsere momentane Genauigkeit und Reichweite einschlägige absolute Raum definiert, auf den nun sämtliche von uns wahrnehmbare Bewegungen bezogen werden können. Die zu ihm ruhenden (und transferierten) Koordinatensysteme sind die einzigen Inertialsysteme, die einzigen Systeme, gegenüber denen eine Translation wirkliche Kräftefreiheit bedeutet.

Der Vorgang bei der Feststellung der Drehung ist der. Wir machen den Versuch mit dem Foucaultschen Pendel. Daraus entnehmen wir die absolute Drehung der Erde überhaupt. Wollen wir dann wissen, ob diese Drehung schon durch die tägliche und jährliche Drehung der Erde geleistet wird, dann ziehen wir deren Beträge, die wir relativ zur Sonne auf anderem Wege feststellten, von der Foucaultschen Drehung ab. Läßt sich der Rest durch die Drehung des ganzen Sonnensystems gegenüber dem Fixsternsystem erklären, bzw. sind beide Beträge innerhalb der Genauigkeit gleich, dann sehen wir, daß sich unser Festraum nicht dreht. Sind diese Beträge ungleich, so würde eine Gesamtdrehung unseres Festraumes folgen.

1) Ich möchte hier auf die ausgezeichneten klaren Ausführungen von G. Hamel hinweisen („Über Raum, Zeit und Kraft als apriorische Formen der Mechanik", Jahresber. d. d. Math. Vergg. XVIII, 1909, besonders S. 359 u. 361), welche diese Auffassung schon fast völlig enthalten.

1) Was Ernst Mach eigentlich vor Augen hatte bei seiner Bekämpfung der absoluten Bewegung, war stets die absolute Bewegung eines Körpers in bezug auf den leeren Raum. Und darin hatte er völlig recht.

Stimmt z. B. die Abplattungsgröße einer plastischen Kugel nicht mit der auf diese Weise festgestellten Rotationsstärke, dann müssen bei der Abplattung noch andere Umstände mitgewirkt haben[1]).

Auf diese Weise fallen alle Relativitätsschwierigkeiten in nichts zusammen. Man sieht aber, man muß sich klar sein über die Reihenfolge der Voraussetzungen, mit denen man an die Wirklichkeit herantritt. Ohne diese Vorsicht gerät man in jenes hoffnungslose Durcheinander, in dem wir uns zurzeit befinden.

Gehen wir auf diese Weise vor, so erkennt man, daß für jenes sogenannte Relativitätsprinzip der klassischen Mechanik nichts übrigbleibt als etwas rein Mathematisches. Und auch das erkennen wir sofort als von denkbar harmlosester Art.

Das zweite Newtonsche Grundgesetz der Mechanik spricht die Definition der Kraft als Masse mal Beschleunigung aus. Daraus ist klar, daß die Gleichung des 2. Newtonschen Gesetzes, die nichts anderes bedeutet, als die sogenannten Grundgleichungen der Mechanik, gegen Translationen unempfindlich sein wird. Transformieren wir also

$$m \cdot \frac{d^2 x}{d t^2} = P_x \text{ usw.}$$

auf ein beschleunigtes Koordinatensystem, so heißt das, daß, wenn wir die resultierende Bewegung kausal erklären wollen, wir auch eine veränderte Kraft brauchen. Da aber sowohl die Beziehung auf ein anderes Koordinatensystem als die Erklärung durch eine geänderte Kraft rein geistige Operationen sind, so ändert das gar nichts an dem Vorgang selbst und diese Änderung ist nichts anderes als eine selbstverständliche Folge unserer Kraftdefinition.

Übrigens sind neuerdings da und dort Bemerkungen aufgetreten, welche sich der oben gegebenen Lösung des Orientierungsproblems der Rotation nähern, nur daß unsere Lösung aus ganz allgemeinen genau bekannten Prinzipien fließt. Es hat Herr Lenard in seinem tiefschürfenden Schriftchen „Über Relativitätsprinzip, Äther, Gravitation" einen Vorschlag gemacht für eine eindeutige (d. h. absolute) Definition der beschleunigten Bewegung. Wenigstens kann man seinen Einwand so auffassen. Er würde sagen: Ich nenne dasjenige System in beschleunigter Bewegung, an dem Trägheitswirkungen auftreten. Für die Rotationsbewegung wäre diese Definition mit unserer Lösung in gewisser Hinsicht zu vereinigen. Nur daß wir wissen, daß man sich in der Interpretation vermeintlicher Zentrifugalwirkungen täuschen kann, so daß eine Definition der Rotation aus solchen Wirkungen allgemein nicht möglich ist. Die einzige wirkliche Definition der Rotation ist eben die der Drehung einer absolut orientierten Ebene gegenüber.

Betrachten wir die geradlinige beschleunigte Bewegung, so sieht Herr Lenard die Definition dafür, daß der Waggon sich absolut bewegte, darin, daß in ihm die Dinge umfielen und nicht der daneben stehende Kirchturm. Nach unseren obigen Überlegungen können wir in der Tat dies sagen: diese Tatsachen zeigen, daß tatsächlich der starre Waggonkasten gegenüber den mit ihm lose verbundenen Gegenständen eine Beschleunigung erhalten hat. Diese Gegenstände tun aber nichts anderes, als es die Erde auch tut, sie bleiben zurück. Daß sie gegebenenfalls zerbrechen, hängt daran, daß sie in unmittelbarer Berührung mit dem Waggonkasten standen. Auch wenn z. B. das System der Erde und die im Waggon befindlichen Gegenstände allein eine entgegengesetzte Beschleunigung erhalten hätten, würde alles ebenso bleiben. Wenn nämlich der Kirchturm die beschleunigte Bewegung selbst mitmacht, fällt er nicht um. In Wirklichkeit liegt eine absolute Unterscheidbarkeit nicht vor. Es lassen sich solche Vorgänge eben nicht so isolieren, wie man das immer beliebt. Sie sind dann immer vieldeutig. Sie werden aber eindeutig innerhalb des Gesamtaufbaues unserer kausalen Erklärung der Außenwelt in der Weise, wie ich es oben gezeigt habe.

So zeigt sich, daß die Relativitätsprobleme der elementaren Mechanik von unserem Standpunkte aus keinerlei Schwierigkeiten mehr bieten. Nun hat man die Grundlagen der Einsteinschen Relativitätstheorie sehr intensiv mit diesen Fragen in Verbindung gebracht. Beide haben aber sehr wenig Wesentliches miteinander zu tun, und es hat nur die Aufmerksamkeit von den eigentlichen Grundlagen der Einsteinschen Theorie abgelenkt, daß man glaubte, hauptsächlich auf diese sogenannte Relativität achten zu müssen.

Das Wesen der Einsteinschen Theorie wird einem klarer, wenn man sich erinnert, daß sie ihrer Entstehungsursache nach eine Lichttheorie sein sollte, insofern als sie die bekannten, so widerspruchsvoll erscheinenden Erfahrungen am Lichte erklären möchte. Das Licht aber kommt bei Einstein herein durch seine Definition der

1) Darum kann man auch hier nicht sagen, daß die Drehung „an" einem Körper objektiv konstatierbar sei. Denn der Foucaultsche Versuch zeigt uns die Drehung der Erde relativ zu der absolut orientierten Ebene. Irgendwelche sonstige Erscheinungen wie Abplattungen usw. können nur dann und soweit mit Sicherheit auf Rotation zurückgeführt werden, wenn letztere durch einen Foucaultschen Versuch (oder ähnlichen) nach Vorhandensein und Stärke bestimmt wurde.

Gleichzeitigkeit. Wir werden uns mit der Betrachtung der Abhandlung von 1905 begnügen. Denn sie ist die Grundlage von allem weiteren. Zunächst aber sei bedacht, was sonst unter „gleichzeitig" zu verstehen sei. Es gibt hier ein Prinzip, das wir folgendermaßen aussprechen können: Unterscheiden sich zwei Vorgänge in gar keiner bemerkbaren Weise, so unterscheiden sie sich auch nicht in bezug auf die Zeitdauer. Dieses Prinzip ist nichts anderes als ein spezieller Fall des Prinzips von zureichendem Grunde; denn wäre die Zeitdauer zweier gleicher Vorgänge verschieden, so würden aus den gleichen unabhängigen Bedingungen ungleiche Folgen kommen. Das Prinzip vom zureichenden Grunde kann man selbst wieder aus dem Prinzip der Eindeutigkeit oder aus dem Zweckprinzip ableiten, wie ich es genannt habe. Natürlich könnte man die Zeit auch anders definieren, nämlich ganz beliebig. Hier aber haben wir die einzige aus den grundlegenden Prinzipien der gewohnten Wissenschaft folgende und von jeher befolgte Zeitdefinition. Ohne weiteres ergibt sich aus dieser natürlichen Zeitdefinition auch die natürliche Definition der Gleichzeitigkeit. Es ist klar, daß ich also zur Zeitmessung Apparate gebrauchen werde, welche eine fortwährende Wiederholung des gleichen Vorganges darbieten.

Stellen wir nun mehrere solche Apparate her, die sich innerhalb der Genauigkeit nicht unterscheiden lassen, dann müssen diese auch stets für eine gewisse Zeitspanne die gleichen Zeitabschnitte angeben nach dem gleichen Prinzip. Stellt man also diese Apparate (Uhren) auf den gleichen Anfangspunkt der Skala und bringt sie dann an verschiedene Orte, dann definieren sie dort zu gleichen Skalenpunkten die gleiche Zeit innerhalb der momentanen Genauigkeit. Dabei werden natürlich Einflüsse, welche den Gang der Uhren zu ändern vermögen, tatsächlich experimentell oder rechnerisch ferngehalten. Auf dieser Art der Definition von Gleichzeitigkeit beruht z. B. zu einem großen Teil unsere Navigation. Sie wird jedoch in der Literatur zur Relativitätstheorie fast nicht besprochen.

Natürlich beruht auch diese Definition auf gewissen Grundsätzen. So liegt ihr z. B. der zugrunde, daß, wenn ich alle bemerkbaren ändernden Einflüsse von zwei gleichen Uhren fernhalte, ich sie als gleichgehend betrachte. Nun findet man da und dort den Einwurf, diese Definition mache die unbewiesene Voraussetzung, daß sich durch eine bloße Bewegung der Uhr ihr Gang nicht ändere. Diese Voraussetzung steckt tatsächlich in dem genannten Prinzip. Aber wer sagt mir, ob die Uhr „am gleichen Ort" nicht auch in Bewegung ist. (Sie ist es sicher.) Wenn nicht, hätten wir ja dadurch schon einen absoluten Ort definiert. Und für den gleichen Ort nimmt die Relativitätstheorie diese Definition der Gleichzeitigkeit sogar an. Also muß sie entweder einen absolut festen Ort oder eine andere Inkonsequenz zugeben.

Einstein ignoriert nun diese Definition der Gleichzeitigkeit und gibt seine bekannte mit Hilfe des Lichtes. Da diese nun verschieden ist von der obigen, natürlichen, so haben wir einen Widerspruch zum Prinzip vom zureichenden Grunde, indem zwei Vorgänge, die in allen unabhängig gegebenen Bestimmungen gleich sind, sich doch in einer abgeleiteten Bestimmung unterscheiden. Nimmt man nämlich alle die Uhren-Vorgänge als solche bestimmenden Umstände, so sind diese Vorgänge völlig bestimmt, und sie müßten daher, auch wenn die Umstände alle gleich sind, in allen übrigen ebenfalls gleich sein. Dem widerspricht die Annahme, daß ihre Ablaufzeit verschieden ist.

Nimmt man aber zu den die Vorgänge bestimmenden Umständen auch ihre Lage in Raum und Zeit dazu, dann kann man so nicht schließen, dann kann eine Verschiedenheit in diesen beiden Bestimmungen auch eine Verschiedenheit in der Zeitdauer in der Folge haben. Dann aber ist der Grundsatz aufgegeben, daß die Vorgänge unabhängig von Raum und Zeit sich abspielen. Entweder verletzt also die Einsteinsche Definition das Prinzip vom zureichenden Grunde, oder aber das Prinzip der Unabhängigkeit der Vorgänge von Raum und Zeit. Die Verletzung des letzteren Prinzips ist also nicht etwa erst eine weitere Folge der Einsteinschen Annahmen, sondern wird mit seinen ersten Voraussetzungen schon vorausgesetzt[1]). Dabei ist das Nichtgelten dieses Prinzips nicht etwa irgendwie bewiesen, sondern eine ganz freiwillige Annahme. Die Relativitätstheorie behauptet, es müsse nachträglich durch die experimentellen Folgen bewiesen werden. Dies ist aber selbst ein völlig unbewiesenes Prinzip. Dabei zeigt aber, wie ich hier nebenbei bemerken möchte, eine genaue Überlegung, daß für dieses grundlegende Prinzip der Unabhängigkeit vom Raum weder für noch gegen durch das Experiment etwas entschieden werden kann, weil alle Versuche dazu es selbst schon benützen müssen. Daraus ergibt sich, daß die Einsteinsche Annahme nicht etwa eine physikalische Hypothese ist wie jede andere, sondern daß sie von vornherein und ganz willkürlich diejenige Grundannahme beseitigt, auf der alle

1) Nämlich durch die Ignorierung der natürlichen Zeitdefinition.

sonstigen Hypothesen beruhen, nämlich die von der Unabhängigkeit allen Geschehens von Zeit und Raum. Daher können auch die gewöhnlichen Hypothesen meist durch Experimente geprüft oder widerlegt werden. Die Relativitätstheorie jedoch kann das nicht und damit fallen die Grundlagen aller der so viel besprochenen experimentellen Beweise für dieselbe.

Aber abgesehen von diesem Verlassen sonst angenommener Grundsätze, über das noch zu reden sein wird, ist die Relativitätstheorie auch nicht konsequent in der Anwendung der von ihr angenommenen Grundsätze auf die Wirklichkeit. Durch die Einsteinsche Definition der Gleichzeitigkeit ist nämlich auch der Begriff der Gleichheit zweier Apparate infiziert. Will die Relativitätstheorie den Satz vom Grunde und damit eine gewisse Eindeutigkeit beibehalten, so wird sie zuletzt nicht umhin können, zwei Uhren nur dann als völlig gleich zu bezeichnen, wenn sie in ihrem Gange genau der Einsteinschen Definition der Gleichzeitigkeit gehorchen. Man kann zeigen, daß sich auf Grund der Einsteinschen Definition eine völlig konsequente Realwissenschaft aufbauen ließe, die von der unserigen allerdings verschieden wäre. Dann dürfte aber nicht der unsrige als starrer Körper genommen werden, sondern ein solcher, daß nach ihm gemessen stets die Lichtgeschwindigkeit die gleiche ist und die Einsteinsche Definition erfüllt ist. Dann aber würden die Einsteinschen Forderungen von selbst erfüllt sein, und die Uhren würden nicht mehr die dort verlangten Abweichungen aufweisen.

Solange aber unser starrer Körper beibehalten wird, kann nicht unabhängig von ihm etwas festgesetzt werden, das auf seine Definition einen Einfluß hat. Das Analoge gilt für die Definition von Gleichheiten usw. (Einstein benutzt 1905 im gewöhnlichen Sinne ganz gleiche Uhren.) Nur diese Inkonsequenz, d. h. die Verbindung von euklidischem (unserem) starren Körper mit der Einsteinschen Zeitdefinition, ermöglicht letzten Endes, den Anschein, als ob die Relativitätstheorie (d. h. eine Abweichung von der Newtonschen Mechanik) durch Experimente prüfbar sei.

Ich hoffe mit dem Vorstehenden einige von Ihnen schon überzeugt zu haben, daß in den Grundlagen der Relativitätstheorie die Dinge keineswegs so einfach liegen wie man vielfach meinte. Wenn Sie meinen Ausführungen aber denkend gefolgt sind, so werden Sie bemerkt haben, daß der eigentliche Kern noch eine Etage tiefer liegt und folgender ist: Ich weise nach, daß die Relativitätstheorie gewisse Voraussetzungen, Grundsätze fallen läßt, die sonst stets befolgt werden, daß sie andererseits wieder andere Grundsätze heranzieht. Rein logisch genommen heißt dies, wir haben in der Relativitätstheorie (was ihren logisch-mathematischen Teil anbelangt) einfach den ersten wirklich durchgeführten Fall einer nicht-Galileischen oder nicht-Newtonschen Mechanik vor uns. Damit ist sich der Mathematiker klar über die Situation. Er weiß, mit der nötigen Sorgfalt kann diese völlig widerspruchslos aufgebaut werden, darüber ist nicht viel zu sagen. Von daher ist die Relativitätstheorie stets unangreifbar. Das ist nach den Forschungen des letzten Jahrhunderts gesichert. Fragt man aber nach der Geltung der Theorie in der Wirklichkeit, so kann es sich nur um die der Axiome handeln, d. h. um die Voraussetzungen, die Prinzipien, auf denen die Theorie aufgebaut ist. Da hat man bisher der Voraussetzung gehuldigt, die Gestalt eines Körpers wird durch die Bewegung als solche nicht beeinflußt. Die Relativitätstheorie befolgt die gegenteilige Voraussetzung. Dafür benützt sie das Prinzip, daß die Geometrie des Raumes nur durch das Experiment, durch Messung festzustellen sei, daß überhaupt alle Gesetze und Prinzipien nur dadurch festzustellen seien. Wer hat da recht? Offenbar steht hier zunächst Meinung gegen Meinung. Beide Teile nennen gewisse Prinzipien, auf denen sie bauen, und wenn nur logisch streng konsequent gebaut wird, kann vom mathematischen Gesichtspunkt gegen keines etwas eingewendet werden. Nun macht aber die Relativitätstheorie folgendes Raisonnement für sich geltend: Die Relativitätstheorie wird angeblich durch einige empirische Konsequenzen bestätigt. Darauf ist zu erwidern: Diese Behauptung beruht, so seltsam dies zunächst manchem klingen mag, selbst wieder auf Prinzipien der obigen Art, nämlich der Voraussetzung, daß jede Theorie empirisch bestätigt oder widerlegt werden könne, oder daß die Relativitätstheorie eine solche Theorie sei. Dieses Prinzip hat aber die Relativitätstheorie offenbar nicht bewiesen. Ebensowenig wie sie ihre sonstigen Prinzipien bewiesen hat, ebensowenig wie die Newtonsche Mechanik ihre Prinzipien bewiesen hat. Es folgt also die wichtige Erkenntnis:

Es können beide Theorien nichts gegeneinander ausrichten, weder für noch gegen, und es kann auch keine als empirisch bewiesen oder widerlegt gelten, ehe wir nicht Klarheit über die Geltung und Auswahl der dabei benutzten Prinzipien erhalten haben, auch derjenigen Prinzipien, welche der sogenannten experimentellen Prüfung zugrunde liegen.

Zieht man diejenigen Gesichtspunkte in Betracht, die heute in die öffentliche Meinung der

Wissenschaft übergegangen sind, dann ist dieser Satz der getreue Ausdruck des momentanen Zustandes, wie ihn ein wirklich kritisches und objektives Auge sehen muß. Alle Weiterarbeit kann in der einen oder andern Richtung zwecklos sein, solange nicht die Frage der Prinzipien geregelt ist. Aus diesem Satze folgt aber noch weiter: Da jenes völlige Chaos der Prinzipien besteht, so ist es kühnen, jugendlichen Stürmern unbenommen, noch ganz andere Mechaniken und Physiken aufzustellen. Es ist da gar keine Grenze. Und es ist sogar wünschenswert, daß um den derzeitigen Zustand der völligen Desorganisation der Grundlagen der Physik[1]) der wissenschaftlichen Öffentlichkeit recht vor Augen zu führen, recht viele unternehmende Köpfe von dieser Möglichkeit Gebrauch machen möchten. Wenn man die Technik der Herstellung solcher nicht-Newtonscher Mechaniken einmal erfaßt hat, dann dürfte es nicht sehr schwer sein, ihrer beliebig viele zu machen. Es werden sich dabei immer wieder da und dort auch empirische Bestätigungen, die an der Grenze der momentanen Meßgenauigkeit liegen, finden lassen.

Wer die Geschichte der Mathematik im vorigen Jahrhundert mit ihrer Entdeckung der nichteuklidischen Geometrien kennt und bedenkt, der weiß, daß einmal so etwas hat kommen müssen. Solange die Frage der Prinzipien nicht geklärt war, war das Ausweichen vor einer momentanen physikalischen Schwierigkeit in das Gebiet des Nichteuklidischen allzu verführerisch. Aber das eine hat unsere Zeit vergessen: etwas anderes ist die Mathematik, etwas anderes die Physik. In der Mathematik, welche Bereitstellung von Formen ist, ist es ein Verdienst, alle logischen Möglichkeiten durchzuführen. In der Physik aber besteht eine Einschränkung, die in der Verbindung mit der Wirklichkeit gegeben ist, insofern, als von allen verschiedenen logischen Möglichkeiten immer nur eine wirklich zur Anwendung kommen kann, wobei ich hier nicht erörtere, auf welchem Wege jeweils die Entscheidung getroffen werden muß. Und dieses Problem der Verbindung mit der Wirklichkeit ist es, dessen Bedeutung aus all diesen Kämpfen heraus sich dem allgemeinen Bewußtsein offenbaren muß. Hier liegt der Angelpunkt der Situation. Dieses Problem muß gelöst werden, wenn wieder einige Sicherheit in die Grundlagen der Physik kommen soll. Die Relativitätstheorie hat diesem Problem gegenüber genau wie die bisherige Physik nur ungeprüfte, dogmatische Voraussetzungen. Kann überhaupt über Geometrisches mit Experimenten etwas entschieden werden? In einer soeben erscheinenden Abhandlung[1]) weise ich nochmals am Konkreten genau nach, daß das unmöglich ist. Dann aber fallen alle jenen ungeprüften, unbewiesenen Voraussetzungen hierüber, auf denen die Relativitätstheorie ruht.

Wir sehen, der Streit um die Relativitätstheorie kann nur entschieden werden, wenn die Entscheidung über die Prinzipien getroffen ist, die ihr und der Newtonschen Physik zugrunde liegen. Es muß eine Physik hergestellt werden, deren Prinzipien klar aufgewiesen, in ihrer Herkunft genau begründet, in ihrer Wirkungsweise genau bewiesen, in ihrer gegenseitigen Folge und Abhängigkeit genau geprüft sind, und zwar nicht nur die mathematischen Prinzipien, sondern auch diejenigen, welche sich auf die Anwendung auf die Wirklichkeit beziehen. So genau, daß es nichts mehr darüber zu fragen gibt. Es handelt sich also darum, diese „Wissenschaft von den Prinzipien" aufzustellen. Dies ist nach allem jetzt die dringendste Aufgabe aller spekulativen Physik, und, bei der herrschenden Unsicherheit, der Physik überhaupt.

Mit dem Aufbau dieser Wissenschaft von den Prinzipien bin ich nun seit über 15 Jahren beschäftigt. Und ich spreche das Resultat dieser Beschäftigung in kurzen Worten aus, wenn ich sage: es läßt sich eine Physik aufbauen, deren Prinzipien vollständig in ihrer Begründung und Tragweite bekannt sind. Meine obige Lösung der Orientierungsprobleme in den Grundlagen der Mechanik ist nach ihren Prinzipien erfolgt. Es lassen sich genau die Prinzipien angeben und bis ins Letzte begründen, welche festlegen, wie der Zusammenhang zwischen einer Theorie und der Erfahrung sich gestaltet. Es läßt sich dort eine eindeutige und endgültige Entscheidung treffen darüber, welche von den jeweils verschiedenen möglichen der oben genannten Prinzipien wirklich gewählt werden müssen. Es zeigt sich dabei vor allem, daß die Erfahrung über diese Prinzipien nichts Endgültiges ausmachen kann, sowie, daß die oben genannten Prinzipien der Relativitätstheorie nicht diejenigen sind, welche für die Physik zu wählen sind. Doch dies kann ich hier nicht näher begründen und muß dafür auf meine Schriften, insbesondere meine Grundlagen der angewandten Geometrie[2]), meine Grundlagen der Physik[3]) und ein hoffentlich in Bälde erscheinendes Buch über die Hypothese in der Physik verweisen.

Es ist vielleicht manchem Physiker unsympathisch, sich mit diesen Grundlagenfragen zu

1) Dies soll kein Tadel sein. Denn sie ist nichts anderes als die Folge des allmählichen Bewußtwerdens eines Mangels, der bei dem naiveren Zustande der Wissenschaft bisher stets bestand.

1) Diese Zeitschr. **21**, 487, 1920.
2) Leipzig, Akad. Verlagsges. 1911.
3) Berlin u. Leipzig, Vereinigung wiss. Verleger.

beschäftigen, aber das hilft nun nichts mehr. Auch der Standpunkt der Resignation auf die reine Empirie hilft nichts mehr, denn ob er es will oder nicht, auch hier muß der Physiker Prinzipien verwenden. Er war früher in der glücklichen Lage, dies nicht zu bemerken. Seitdem er aber wissend geworden, sind Zweifel aufgetaucht über die Art und Berechtigung dieser Prinzipien. Und diese werden solange nicht verstummen, solange wird hier eine immer steigende Unsicherheit eintreten, ganz besonders natürlich im Gebiete der erklärenden, der theoretischen Physik, bis jeder Physiker das Problem der Prinzipien klar durchschaut. Glücklicherweise ist die Möglichkeit dazu vorhanden, denn das Problem ist gelöst.

F. Paul Liesegang (Düsseldorf), Ein Schaubild zur Darstellung der Zeit-Raum-Verhältnisse in der speziellen Relativitätstheorie.

Dem Schaubild liegt der Minkowskische Gedanke zugrunde, die Lorentztransformation durch die Transformation eines rechtwinkligen auf ein schiefwinkliges Koordinatensystem geometrisch darzustellen. Es werden hier nun aber die Koordinaten des schiefwinkligen Systems mittels solcher Maßeinheiten geteilt, daß sie sogleich die richtigen, für den bewegten Körper geltenden Werte anzeigen; ferner werden parallel zur x- und x'-Achse in den Abständen der Zeiteinheiten Linien t_0, t_1, t_2 bzw. t'_0, t'_1, t'_2 usw. gezogen (Zeitlinien oder Linien der Gleichzeitigkeit). Die so entstandene, aus wenigen Strichen bestehende Zeichnung gibt ein übersichtliches Bild der beiderseitigen Zeit-Raum-Verhältnisse und veranschaulicht, durch einige Zahlen oder Striche ergänzt, die verschiedenen bekannten Erscheinungen. Insbesondere übersieht man die Uhrenstellungen, wie z. B. jeder gegenüber dem Nullpunkt seines Systems beim andern eine mit zunehmender Zeit immer weiter vorgehende Uhr beobachtet, und erfaßt sogleich, daß Ereignisse, die in dem einen System gleichzeitig sind, in dem andern nicht gleichzeitig sein können. Die Längenmessung stellt sich in diesem Sinnbilde als ein der Wirkungsweise der Schlitzverschlußkamera vergleichbarer Vorgang dar, indem das verzerrte Bild, welches der Beobachter von einem Stabe des andern Systems wahrnimmt, gewissermaßen ein Schrägschnitt durch eine Schicht von Daseinsphasen des Stabes ist. Endlich veranschaulicht die Zeichnung die gleichmäßige Lichtausbreitung und das Ergebnis des Michelsonversuchs, das Additionstheorem, sowie das Widersinnige der Überlichtgeschwindigkeit. Das Schaubild läßt sich auch, wenn man von der Darstellungsweise der Absoluttheorie ausgeht, rein geometrisch herleiten aus den Forderungen der gleichmäßigen Lichtausbreitung und der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit. Die Zeichnungen wurden lichtbildlich vorgeführt.

Diskussion.

Sommerfeld: Ich glaube, daß Minkowski, wenn er noch unter uns wäre, seine Freude daran gehabt hätte, wie eingehend der Herr Vortragende das von Minkowski entwickelte geometrische Verfahren weiter verfolgt hat.

Felix Ehrenhaft (Wien), Über die Atomistik der Elektrizität und die Erscheinungen an einzelnen radioaktiven Probekörpern der Größenordnung 10^{-5} cm.

Gerade vor 10 Jahren habe ich auf dem Naturforschertage zu Königsberg darauf hingewiesen, daß alle bis zu diesem Zeitpunkte vorgenommenen Bestimmungen der Ladung des sogenannten Elementarquantums der Elektrizität (Elektrons) bloß Mittelwertsbildungen darstellen. Diese wichen nach dem damaligen Stande der Forschung voneinander so weit ab, daß, wie ich auseinandersetzte, „man dem Gedanken näher treten muß ob, wie dies bei fast allen Arbeiten geschah, man überhaupt berechtigt ist, Werte, die nicht selten um einige hundert Prozent in den einzelnen Messungen sich unterscheiden, zu einem Gesamtmittel zusammenzuziehen".

„Unter solchen Umständen, wenn man sich von weiteren Hypothesen und den Deutungen, die ein Autor gerade bei diesen Messungen sehr häufig an den Resultaten eines andern vornahm, fernhalten will, wäre der Gedanke nur zu naheliegend, diese Schwankungen der Elektronenladung in der Natur selbst begründet anzusehen und die Deutung der Experimente vielleicht zu modifizieren."

Die Methode, die ich damals auseinandersetzte, kann ich heute wohl als bekannt voraussetzen. Ich verglich das Gewicht, die Größe einzelner kugelförmiger mit Elektrizität geladener Probekörper der Größenordnung 10^{-5} cm mit der auf sie im homogenen elektrischen Felde wirkenden elektrischen Kraft und bestimmte so die Ladung des einzelnen Trägers. Dabei wurde ich zu dem Schlusse geführt, daß „es außer den bereits bekannten Ladungen um die als ein- und zweiwertige Ionen benannten Größen noch andere Ladungswerte zwischen diesen gibt und überdies Ladungswerte, welche nur einen

Bruchteil der bis dahin als unteilbar angenommenen Elektronenladung betragen". Ferner, „daß es den Anschein hat, daß im allgemeinen Probekörper mit einem Radius unter $3 \cdot 10^{-5}$ cm Ladungen tragen, die kleiner sind als das Elektron". Also gerade solche Körper kleiner Kapazität, deren Dimension unter der halben Wellenlänge des Lichtes liegt und die daher prinzipiell schwerer sichtbar gemacht werden können, zeigen diese auffallende Unterschreitung[1]). Besonders geeignet schienen mir Kugeln der Edelmetalle, da sie eben in dieser Größenordnung noch leichter sichtbar gemacht und da sie in chemischer Reinheit leicht erzeugt werden können.

Seither wurde die Ladung des Elementarquantums von den verschiedensten Forschern nur mehr an einzelnen kleinen Probekörpern gesucht. Das Gesamtbild hat sich aber auch heute nach 10 Jahren trotz der neuen, dadurch eingeleiteten Epoche dieser Untersuchungen, die sich in ca. 200 Abhandlungen widerspiegelt, nicht geändert. Wieder schwanken die Resultate der Ladungsbestimmungen an den einzelnen Probekörpern; die Schwankungen erfolgen aber ungeachtet der ganz wesentlich erhöhten Präzision bei den verschiedenen Beobachtern in noch viel weiteren Bereichen, als dies bei den Mittelwertsmethoden der Fall war.

Viele Physiker glauben aber die Schwankungen ihrer Resultate trotz steigender Präzision der Messungen nicht auf Schwankungen der Elektronenladung, sondern auf andere Ursachen (Abweichung der Probekörper von der Kugelgestalt, Variation der Dichte der Probekörper, Gasoberflächenschichten derselben usw. Ungültigkeit der Voraussetzungen der Berechnung) zurückführen zu sollen. Einzelne von ihnen verwiesen auf die quantenhafte Änderung der elektrischen Ladung des einzelnen Probekörpers, auf welche ich nach der Einengungsmethode im Jahre 1914 hinwies, und vertraten die Meinung, daß diese schon allein entscheidende Aussagen über die Natur der Elektrizität beinhalte. Im allgemeinen hat sich der Tatbestand seit 1910 nicht mehr geändert, so daß heute vielleicht die Berechtigung vorliegt, nachfolgende zwei Standpunkte einander gegenüberzustellen.

Der eine Standpunkt sagt: Es steht heute bereits fest, daß in allen Naturvorgängen, bei welchen die Elektrizität eine Rolle spielt, nur Elektronenladungen auftreten. Diese Ladungen sind einander alle gleich oder Vielfache der Grundladung, welche eine universelle Größe darstellt. Das Elektron ist demnach ein universeller Baustein, alle Beobachtungen und jede Naturerscheinung muß von diesem Gesichtspunkte so ausgedeutet werden, daß diese universelle Konstante als oberste Richtschnur erhalten bleibt.

Meine Versuche können nun ohne Zwang mit diesem Standpunkt nicht in Einklang gebracht werden. Daher läßt sich diesem Standpunkte nun ein zweiter gegenüberstellen: Auch wenn es in der Natur Erscheinungen gibt, die sich durch Annahme bevorzugter Ladungen gut ausdeuten lassen, auch wenn mehrere indirekte theoretische Argumente für das Elektron vorgebracht werden können, bleibt die Frage noch immer offen, ob das wirkliche oder scheinbare Auftreten bevorzugter Ladungen ausschließlich auf der Konstitution der Elektrizität beruht. Der gegenwärtige Stand der Forschung schließt eine Verneinung dieser Frage nicht aus. Dann kann man aber das Auftreten von Erscheinungen erwarten, die nicht durch das Elektron erklärbar sind. Gibt es solche Erscheinungen, so entsteht die Aufgabe, die von der Elektronentheorie für gewisse Bereiche der Physik geschaffenen Bilder mit der neuen Auffassung in Einklang zu bringen.

Dieser zweite Standpunkt gibt dazu Veranlassung, alle Gebiete, in welchen das Elektron nach den Auffassungen der heutigen Theorie eine Rolle spielt, versuchend abzutasten, um nachzusehen, ob die Elektronenladung tatsächlich universell ist.

Unter diesen ist das Problem der Entstehung der Elektrizität dasjenige, das mir im Vordergrunde zu stehen scheint und von dem wir vielleicht noch zu wenig wissen, wenn auch die Elektronentheorie für die Entstehung der Elektrizität heute in manchen Gebieten schon ziemlich detailliert ausgearbeitete Bilder, so z. B. auf dem Gebiete der Radioaktivität und der Photoelektrizität darbietet.

Bisher war es nämlich beispielsweise bei den Versuchen über die Elektronenladung nur möglich gewesen, die Ladung eines Probekörpers zu messen, diesen sodann umzuladen, und seine neue Ladung zu messen. Die Vorgänge während der Änderung der Ladung selbst entzogen sich unserer Kenntnis, da man die Änderung des Ladungszustandes des Körpers stets durch von außen auf diesen einwirkende Hilfsmittel herbeiführte. Konstantinowsky und der Vortragende haben daher im Folgenden einen Weg betreten, der es gestattet, die Vorgänge während der Ladungsänderung selbst zu verfolgen. Es gelang dies, indem der mit Elektrizität geladene Probekörper (Konduktor) nicht wie bisher durch Einwirkung von außen umgeladen wurde, sondern

1) Es sei bemerkt, daß sich aber auch an größeren Probekörpern (Millikans Größenordnung) gelegentlich Unterschreitungen vorfinden.

indem die Ladungen radioaktiver Probekörper, welche ihre Ladung also spontan ändern, im Zustande dieser Ladungsänderung untersucht wurden.

Wie liegt nun das Bild der Elektrizitätserzeugung in der Radioaktivität. Die Elektrizität ist nach den Bildern der Atommodelle im Atom selbst vorbereitet und die α- und β-Strahlen wären Ausschleuderungen solcher im Innern der Atome vorbereiteter Ladungen. Was wäre also zu erwarten, wenn ein Probekörper der Größenordnung 10^{-4} bis 10^{-5} cm ganz oder zum Teile aus solchen radioaktiven Atomen bestünde?

Wir wollen den Vorgang zunächst idealisieren und uns denken, daß der Probekörper, mit einer elektrischen Ladung e geladen, im absolut gasleeren Raume im elektrischen Felde zwischen den Platten eines Kondensators wäre. Die Feldstärke $\mathfrak{E}$ sei so abgeglichen, daß die nach aufwärts wirkende elektrische Kraft $e\,\mathfrak{E}$, dem Gewichte $m\,g$ des Probekörpers das Gleichgewicht halte. Der Probekörper schwebe also im leeren Raume. Und nun emittiert er ein α-Partikel. Er müßte daher einen Ladungsverlust von $2 \cdot 4{,}7 \cdot 10^{-10}$ e. st. E. erleiden, wenn das Erhaltungsgesetz der Elektrizität gilt. Das Gleichgewicht ist also gestört worden, denn der Probekörper wird mit einer Kraft $2 \cdot 4{,}7 \cdot 10^{-10}\,\mathfrak{E}$ zur positiven Platte gezogen; wir kompensieren das Feld entsprechend und bringen den Probekörper so neuerdings in die Schwebelage. Der gleiche Vorgang würde sich wiederholen, so oft ein α-Partikel ausgeschleudert wird; dies würde sich jedesmal durch ein ruckweises Inbewegungsetzen des Probekörpers in der Richtung der positiven Platte kennzeichnen[1]). Dazu käme noch ein zweiter Effekt. Nach dem Impulssatz müßte nämlich das mit der großen Geschwindigkeit von etwa $1{,}5 \cdot 10^9$ cm/sec ausgeschleuderte α-Partikel, das bekanntlich aus einem Heliumatom bestehen soll, dem Probekörper der Größenordnung 10^{-5} cm einen Rückstoß vom Impulse der Größenordnung 10^{-14} Dyn sec erteilen, d. h. der Probekörper müßte mit einer maximalen Geschwindigkeit von einigen Millimetern pro Sekunde in die entgegengesetzte Richtung gleichförmig fortlaufen.

Nun werden die Vorgänge in tatsächlichen Verhältnissen nur in mehr oder weniger gaserfüllten Räumen ausführbar. Dadurch treten weitere Folgeerscheinungen der Emission des α-Partikels ein. Zunächst macht dasselbe längs seiner Bahn pro cm durchschnittlich eine Ladungsmenge von der Größenordnung $2 \cdot 10^{-5}$ e. st. E. beiderlei Vorzeichens frei, was im Bilde der Elektronentheorie gesprochen, einer Anzahl von ca. $4 \cdot 10^4$ Ionenpaaren gleichkäme. Diese Ionen werden im elektrischen Felde von einer Stärke von 300 bis 3000 Volt/cm, wie sie für die gedachten Versuche notwendig ist, praktisch in unendlich kleiner Zeit nach ihrer Entstehung an die Platten des Kondensators geführt. Dabei können diese Ionen jedoch den Probekörper treffen und ihm eine andere Ladung erteilen. Weder über den Sinn der resultierenden Umladung, noch über die Größe derselben läßt sich daher eine bestimmte Aussage machen. Bloß so viel läßt sich aus dem heutigen Bilde der Elektronentheorie sagen, daß die Umladung des Probekörpers praktisch momentan erfolgen und die Ladungsänderung ein Vielfaches von $4{,}7 \cdot 10^{-10}$ e. st. E. betragen muß. Wenn wir uns den tatsächlichen Versuchsbedingungen noch mehr nähern und die Ladung des Probekörpers aus seiner gleichförmigen Steiggeschwindigkeit oder Fallgeschwindigkeit im elektrischen Felde gemessen denken, so wird an Stelle der vorerwähnten Inbewegungsetzung des schwebenden Probekörpers eine spontane, ruckweise Geschwindigkeitsänderung des Probekörpers auf seiner vertikalen Bahn zu erwarten sein. Bezüglich des Rückstoßes zeigt eine Überschlagsrechnung, daß der Impuls 10^4 mal zu klein ist, um eine beobachtbare Lageänderung des Probekörpers hervorzurufen, da er durch die Reibung im Gase sofort abgedämpft würde.

Emittiert hingegen der Probekörper ein β-Partikel, dann sind im gaserfüllten Raume qualitativ dieselben Phänomene zu erwarten; nur ist der Rückstoßimpuls bestenfalls sogar noch hundertmal kleiner als beim α-Partikel, wenn die Masse des β-Partikels zu rund $^1/_{2000}$ des H-Atomes angenommen wird; denn bekanntlich ist es bisher nur gelungen den Mittelwert der spezifischen Ladung des β-Partikels zu messen, während die Masse des β-Partikels bisher nicht gemessen werden konnte; sie wurde nur aus der spezifischen Ladung unter Voraussetzung der Universalität des Elektrons berechnet.

Und nun gehe ich zu den tatsächlichen Versuchen über und will nur jene Abänderungen meiner Methode besprechen, die für das spätere von Interesse sind.

Der Kondensator[1]), in welchem der Probekörper beobachtet wird, ist an einem besonderen Universalsupport, den ich für diese Versuche konstruierte, befestigt. Die Mikrometerschrauben desselben gestatten zwei aufeinander senkrechte Drehbewegungen und zwei aufeinander senkrechte fortschreitende Bewegungen des Kondensators. Die Elektroden des Kondensators sind symmetrisch angeordnet, innen hohl; radiale

1) Bezüglich der δ-Partikel vgl. Ann. d. Phys.

1) Bezüglich genauerer Details hier und in anderen Punkten sei auf unsere Abhandlung in den Ann. d. Phys. verwiesen.

Bohrungen stellen die Verbindung der Höhlungen mit dem Kondensatorraume her, so daß das Gas um den Probekörper, wenn nötig, derartig symmetrisch abgesaugt werden kann, daß der in der Kondensatormitte befindliche Probekörper wegen Symmetrie der Gasabströmung bei der Evakuierung nahezu am Orte bleibt.

Beleuchtet wird durch 2 Strahlen, beobachtet durch ein senkrecht dazu justiertes Mikroskop. Das Okular enthält ein Raster mit äquidistanten Strichen. Die Versuche wurden bisher im Stickstoffgase, dessen Reinigung und Trocknung auf die größte Präzision getrieben war, ausgeführt.

Bevor wir zu den Versuchen mit radioaktiv gemachten Probekörpern übergehen, wollen wir uns noch über die Tragfähigkeit der Beobachtungsmethode, bzw. über den Grad, in welcher die Voraussetzungen derselben sichergestellt sind, kurz informieren. Wir führen dies z. B. mit Probekörpern reinen Selens, die durch Verdampfung hergestellt werden, aus. Ich zeige Ihnen hier im Bilde die Mikrophotographien solcher Probekörper, welche ich auf einer Glasplatte niedergeschlagen habe. Soweit dieselben durch das Mikroskop mit hoher Apertur (homogene Immersion 1. 3) noch auflösbar sind, zeigen die Probekörper ideale Kugelgestalt. Mit solch großen Probekörpern mit Radien von einigen 10^{-5} cm wurden also die Versuche ausgeführt, um außerhalb des Bereiches der Brownschen Bewegung zu sein.

1. Zunächst überzeugten wir uns von der Konstanz der Masse der Probekörper durch wiederholte Fallversuche. Die Fallzeit und demgemäß die Masse blieb auch noch nach Stunden dieselbe.

2. Ebenso ergaben, wie Sie aus den spätern Bildern ersehen werden, die Messungen der Steiggeschwindigkeiten der Probekörper im elektrischen Felde die Stabilität, d. h. das Konstantbleiben der Ladung der nichtradioaktiven Probekörper, sofern die Ladung derselben nicht willkürlich durch äußere Hilfsmittel (z. B. Ionisierung von außen) bei kurzgeschlossenem Kondensator geändert wird.

3. Für die folgenden Schlüsse wird es wichtig sein, sich davon zu überzeugen, daß das elektrische Feld in allen Teilen des Gesichtsfeldes die gleiche Stärke und Richtung hat. Als ideale Sonde zur Ausmessung des Feldes verwenden wir den Probekörper konstanter Ladung selbst, denn derselbe ist unendlich klein gegen die wahrnehmbaren Wegstrecken und gegen die Dimensionen des Kondensators. Es zeigt sich, daß der Probekörper an allen Stellen des Feldes mit gleicher Geschwindigkeit und in derselben Richtung im Felde fortgeführt wird. Man sieht, daß die Feldstärke an verschiedenen Punkten des Feldes derart konstant ist, daß die Abweichungen in der graphischen Darstellung gar nicht ersichtlich gemacht werden konnten und weiter, daß es dabei gelang $^{95}/_{100}$ der Plattendistanz des Kondensators so abzutasten[1]).

4. Wir werden im folgenden voraussetzen, daß die Geschwindigkeit mit der der einzelne Probekörper fortgetrieben wird, der auf ihn einwirkenden Kraft proportional ist. Die Proportionalitätskonstante B nennt man die Beweglichkeit, die Geschwindigkeit pro Kraft 1. Auch diese Voraussetzung wollen wir nun überprüfen. Wir nehmen wieder den Probekörper konstanter Ladung und messen dessen Steiggeschwindigkeit bei verschiedenen Feldstärken $\mathfrak{E}$. Offenbar ist die nach aufwärts treibende Kraft

$$e\,\mathfrak{E} - m\,g$$

und die Steiggeschwindigkeit v daher

$$(e\,\mathfrak{E} - m\,g)\,B = v.$$

Die gemessenen Geschwindigkeiten müssen also, wenn die Beweglichkeit tatsächlich eine konstante Größe ist, in linearer Beziehung zu den angelegten Feldstärken stehen. Das Bild erweist dies über große Spannungsbereiche[2]) als sehr gut erfüllt.

5. Und nun noch einige Worte bezüglich der Größe der Konstanten B. Bisher hatten wir 3 Methoden der Größenbestimmung der Probekörper, was gleichbedeutend ist mit der Bestimmung der Konstanten B: eine hydrodynamisch gastheoretische aus der Fallgeschwindigkeit, eine statistisch thermodynamische aus der Brownschen Molekularbewegung und eine optische aus der Farbe[3]) des vom Probekörper senkrecht zur Beleuchtung abgebeugten Lichtes und schließlich noch eine vierte aus dem photophoretischen Maximum der an Silberkügelchen angreifenden Kräfte des Lichtes, wofern die positiv photophoretischen Kräfte des Lichtes an Silber mit dem Lichtdruck identisch sind.

Über die genaue Bestimmung der Beweglichkeit gibt es heute gewiß noch Differenzen in den Anschauungen, wir werden aber auch diese kleinen Differenzen in der nächsten Zeit vollkommen aufzuklären versuchen. Im großen und ganzen kennt man aber die Größe B für die verschiedenen Gase und Probekörper heute schon.

Waren wir in den bisherigen Versuchen immerhin bis zu einem gewissen Grade von der genannten Größe B abhängig, so wird sich im folgenden deutlich zeigen, daß, wie es scheint, das Hauptresultat unserer Untersuchungen nunmehr in weiten Grenzen vom Zahlenwerte der Größe B unabhängig ist. Und gerade deshalb

1) Vgl. l. c. Ann. d. Phys. Fig. 1.
2) Überprüft von 0 bis 1000 Volt pro cm; vgl. die zit. Arb. in den Ann. d. Phys. Fig. 2.
3) Vgl. F. Ehrenhaft, diese Zeitschr. 15, 952, 1914.

scheinen mir diese Versuche von besonderem Interesse zu sein. Zusammenfassend läßt sich also sagen, daß der Probekörper bei eingeschaltetem Felde in jedem Punkte des Kondensators eine Geschwindigkeit

$$v = B(e\mathfrak{E} - mg)$$

hat.

Und nun gehen wir zur Betrachtung radioaktiver Probekörper der Größenordnung 10^{-5} cm über.

Wir stehen zunächst vor der Frage, wie wir einen so kleinen Probekörper radioaktiv machen können. Wir haben dies so gelöst, daß wir das Ausgangsmaterial, durch dessen Verdampfung wir die Probekörper herstellen, mit radioaktiven Stoffen überzogen und dann durch Verdampfung dieses radioaktiven Materials ebenso wie bei den bisherigen Versuchen die im Gase kondensierenden Tröpfchen erzeugten. Hierzu wurde z. B. Radiumemanation mit Selenpulver oder mit Quecksilber auf einem Schüttelapparat untermischt, so daß die Zerfallsprodukte der Radiumemanation (*RaA* bis *RaD*) sich auf den Substanzen niederschlugen. Die überschüssige Emanation wurde entfernt und die beschlagenen Substanzen sodann in ein neues Gefäß (Kugelröhrchen) gebracht. Durch Erhitzen dieser Röhrchen mit der Füllung bei gleichzeitigem Darüberstreichen reinen Gases wurde sicherheitshalber noch eventuell okkludierte Emanation entfernt.

Von solchen Probekörpern müssen zufolge der entstandenen radioaktiven Substanzen sowohl α- wie β-Strahlen ausgestrahlt werden.

Um aber einen reinen α-Strahler zu erhalten, haben wir auf sensibilisiertem Selen Polonium elektrolytisch abgeschieden. Das sensibilisierte Selen erwies sich nach Messungen des Wiener Radium-Instituts, für welche wir den Herren St. Meyer u. V. K. Hess zu Dank verpflichtet sind, als rein α-strahlend.

Wir haben in unsern Überlegungen vorhin den Fall überdacht, daß zwischen den Platten des Kondensators im elektrischen Felde sich nur der eine radioaktive Probekörper befinde. Um dies zu erreichen, verwendeten wir zunächst einen Kondensator mit einem Vorratsgefäß[1]). Die Probekörper wurden durch einen Gasstrom zunächst in das Vorratsgefäß gebracht. Durch Vorversuche mit nichtradioaktiven Probekörpern hatten wir nämlich jenen Zeitpunkt ermittelt, nach welchem der Hahn, der über der oberen Platte des Kondensators eingekittet ist, geschlossen werden muß, damit der erste Probekörper aus dem Vorratsgefäße durch das Loch in der oberen Kondensatorplatte in den Kondensator gelange. Mit diesem ersten Probekörper führten wir sodann die Messungen aus. Da diese Versuche aber sehr zeitraubend und sehr kostspielig wurden, sind wir zu einem einfacheren Verfahren übergegangen. Wir haben die Suspension der Probekörper im Stickstoffgase durch Einleiten in ein großes Vorratsgefäß außerordentlich verdünnt und dieses sozusagen radioaktive disperse System der Probekörper im Gase in kleinen Partien durch einen Kondensator ohne Loch in der oberen Platte geführt; so gelang es die Zahl der in den Kondensator eingeführten Probekörper auf ein Minimum zu beschränken. Um uns nun zu überzeugen, daß der Kondensator durch die eingebrachten Probekörper, auch wenn dieselben nach den ausgeführten Versuchen sich auf die Platten des Probekörpers niedergeschlagen haben, seine Eigenschaften nicht geändert hat, haben wir verschiedene Beweise.

Zunächst darf ein nichtradioaktiver Probekörper sich in einem für radioaktive Messungen noch brauchbaren Kondensator nicht anders verhalten als in einem vollkommen neuen Kondensator, d. h. er darf insbesondere während langer Zeiten keine spontane Umladungen zeigen. Ein Weg, der aber präziser und rascher zum Ziele führt, ist der folgende:

Wir bringen in einem radioaktiv ungebrauchten Kondensator einen nichtradioaktiven geladenen Probekörper und regulieren die Feldstärke so ein, daß der Probekörper langsam ansteigt. Er steigt zunächst mit konstanter Geschwindigkeit an. Schalten wir nun plötzlich die Spannungsquelle ab, so wird die Steigbewegung des Probekörpers immer langsamer, er bleibt schließlich stehen, kehrt sodann seine Bewegungsrichtung um und beginnt immer rascher zu fallen. Dieser Vorgang läßt sich an demselben Probekörper natürlich beliebig oft wiederholen. Er ist vollkommen klar; bei abgeschalteter Spannungsquelle verliert der Kondensator seine Ladung durch den Isolationsstrom im Ebonitgehäuse, durch den Ladungsverlust an die Außenluft und schließlich durch den sogenannten Gaselektronenstrom zwischen den Platten. Dadurch ändert sich die Potentialdifferenz und mit ihr die Feldstärke zwischen den Platten. Die Größe der Feldstärke in jedem Zeitmomente gibt der Probekörper durch seine Geschwindigkeit an. Zunächst ist die auf ihn wirkende elektrische Kraft noch größer als das Gewicht des Probekörpers; der Probekörper steigt noch mit stetig abnehmender Geschwindigkeit. Schließlich werden sie gleich; der Probekörper steht still. Sodann wird die elektrische Kraft kleiner als das Gewicht des Probekörpers. Der Probekörper fällt mit zunehmender Geschwindigkeit. Sie sehen, der nichtradioaktive Probekörper spielt in

1) Vgl. die zit. Abb. in den Ann. d. Phys. Fig. 4 u. 5.

diesen Kondensator-Abladeversuchen die Rolle des Elektrometers der radioaktiven Methoden; denn die jeweils am Kondensator anliegende Spannung wird aus der Geschwindigkeit des Probekörpers durch einfache Methoden errechnet.

Ich nehme vorweg, daß die an und für sich ganz minimalen, die Ladung des Kondensators diesen Versuchen neuerliche Kondensatorabladeserien mit nichtradioaktiven Probekörpern nach. Solange der Kondensator radioaktiv unverseucht ist, muß der Isolationswiderstand des Kondensators stets der gleiche bleiben. Die Figuren 1 und 2 zeigen solche Abladeserien des Kondensators; die Beobachtungen vor und nach den radioaktiven Versuchen sind in den Bildern er-

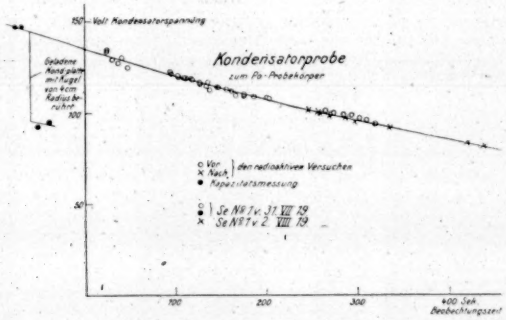


Fig. 1.

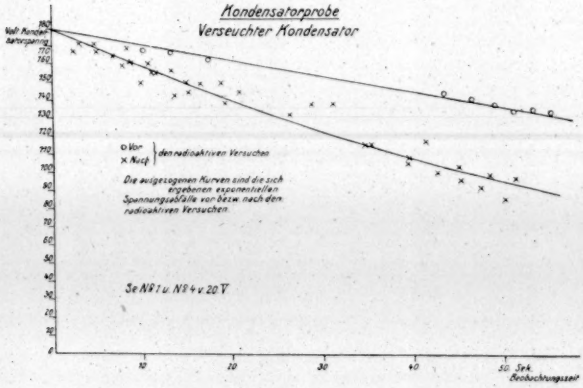


Fig. 2.

ausgleichenden Ströme anscheinend zur Gänze auf den Isolationsstrom des Ebonitgehäuses zurückgehen, da der berechnete Isolationswiderstand des Ebonits nämlich gerade in jene Größenordnung fällt, die beobachtet wird.

Solche Kondensatorabladeserien führten wir zunächst mit einem nichtradioaktiven Probekörper in dem radioaktiv ungebrauchten Kondensator aus. Sodann folgten Versuche mit den radioaktiven Probekörpern und schließlich folgten

kenntlich gemacht. Der Unterschied zwischen einem radioaktiv unverseuchten und verseuchten Kondensator ist daraus sehr deutlich zu entnehmen.

Um nun ein Bild über die Absolutwerte der Ladungsverluste bzw. der Isolationsströme zu bekommen, kann man die Kapazität des Kondensators entweder elektrostatisch berechnen oder auch durch ein sinnfälliges Experiment direkt ermitteln. Wir legen an die nichtgeerdete Platte

des abgeschalteten Kondensators eine Kugel geeigneter Kapazität (4 cm); die Ladung des Kondensators verteilt sich nun auch auf die Kugel und die Feldstärke im Kondensator sinkt sofort auf einen Betrag, der aus der momentan geänderten Geschwindigkeit des Probekörpers wieder ermittelt werden kann. Auf diese Weise ergibt sich die ungefähre Kapazität des Kondensators und damit auch die Größe der Isolationsströme. Durch diese Methode haben wir uns die Möglichkeit gesichert, den Kondensator unter steter Kontrolle zu halten.

Und nun gehen wir zu den Erscheinungen über, die an den radioaktiven Probekörpern zu beobachten sind. Bereits der erste Probekörper, den wir in den Kondensator einbrachten, zeigte ein von den nichtradioaktiven Probekörpern vollkommen abweichendes Verhalten, denn die Bewegung dieses Probekörpers im elektrischen Felde erfolgte zeitweise nicht gleichförmig, sondern mit kontinuierlich sich ändernder Geschwindigkeit von einem Bewegungszustand in den andern übergehend. Würde man die Ladungen berechnen, welche dem jeweiligen Bewegungszustande des Probekörpers entsprechen, so beinhaltet diese Beobachtung, daß der Probekörper von einem Ladungszustand kontinuierlich in einen andern Ladungszustand übergegangen ist. Es handelt sich nun darum, dieses Phänomen messend zu verfolgen und zahlenmäßig festzulegen. Am zweckmäßigsten wäre es, die Geschwindigkeit der Probekörper fortwährend oder in möglichst kurzen Zeitabschnitten zu registrieren. Eine solche Messung wäre eventuell nur durch eine kinematographische Aufnahme denkbar. Dazu sind aber die Probekörper viel zu lichtschwach. Wir sind also zu einem andern Verfahren genötigt worden. Die Zeiten, in welchen der Probekörper die aufeinanderfolgenden Partes eines Okularrasters z. B. steigend zurücklegte, wurden festgehalten, sodann wird die Feldstärke derart geändert, daß der Probekörper dieselben Partes an derselben Stelle des Kondensators fallend durcheilte. Dabei wurde die Änderung der Feldstärke derart bewerkstelligt, daß immer Spannung an den Platten des Kondensators verblieb, um eventuell auftretende Ionen sofort aus dem Felde zu räumen.

Wir sind uns bewußt, daß diese Methode die Vorgänge, die sich subjektiv darbieten, nur unvollständig wiedergeben kann, und ich betone deshalb, daß zu all diesen Messungen noch ergänzend der subjektive Befund der kontinuierlichen Geschwindigkeitsänderungen der Probekörper dazukommt. Immerhin geben auch diese Messungen die Beobachtungen sowohl an Kugeln von *Se* als auch *Hg* ganz treffend wieder. Sie können den Tatbestand aus nachfolgenden Bildern (Fig. 3—5) entnehmen. In diesen sieht man vergleichsweise auch die nichtradioaktiven Probekörper mit ihren zeitlich konstanten Ladungen eingetragen und ferner eine Zahl von radioaktiven Probekörpern, welche ihre Ladung kontinuierlich ändern. So zeigte beispielsweise der Selen-Probekörper Nr. 1 vom 25. Mai 1918 nach ca. 20 sec einen scheinbar diskontinuierlichen Ladungssprung von ca. $6 \cdot 10^{-10}$ e. st. E., um sofort darauf zu seiner ursprünglich positiven Ladung von etwas über $10 \cdot 10^{-10}$ e. st. E. zurückzukehren. In dieser Ladung verblieb er ca. 20 sec, um sodann nach einer kleinen Aufladung im Verlaufe der nächsten halben Minute, seine Ladung kontinuierlich verlierend, auf ca. $3\,10^{-10}$ e. st. E. abzusinken. Ein anderer Probekörper (Selen Nr. 6

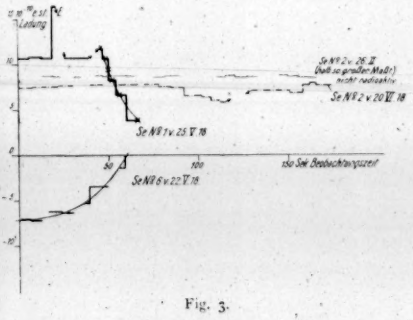


Fig. 3.

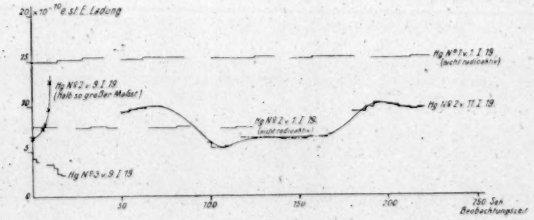


Fig. 4.

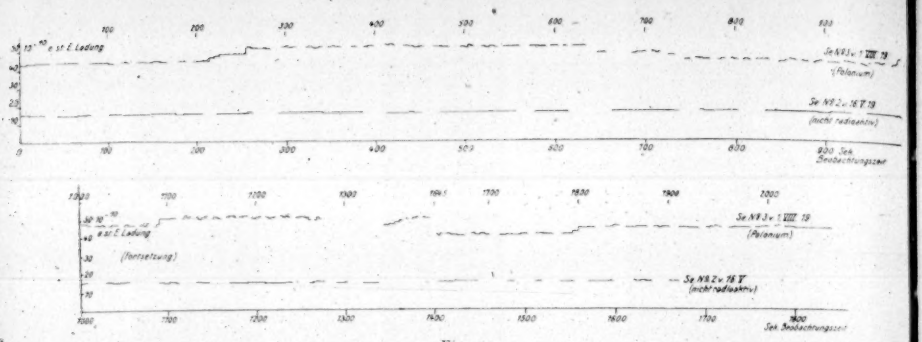


Fig. 5.

vom 22. Mai 1918) verlor z. B. seine Ladung von ca. $-7 \cdot 10^{-10}$ e. st. E. im Verlaufe von einer Minute usw. Diese Probekörper waren mit Emanation in Kontakt gewesen und können somit Ausstrahlungen aller Gattungen (α, β, γ, δ) zeigen.

Der Probekörper Selen Nr. 3 vom 1. August 1919 (Polonium) zeigte aber in ca. 2000 sec 7 mal kontinuierlich rascheres oder langsameres Wechseln seiner Ladung und nur einmal eine raschere, vielleicht sprungweise Ladungsänderung. Da dieser Probekörper aus mit reinem Polonium beschlagenem Ausgangsmaterial stammt, sind von ihm bloß α-Emissionen zu erwarten. Es konnte sonach eine beliebige Anzahl der beobachteten Vorgänge oder keiner derselben auf eine α-Emission zurückgehen.

Wir haben uns nun bemüht, verschiedene Erklärungsmöglichkeiten für die von uns beobachteten neuartigen Erscheinungen zu finden, ohne daß man bemüßigt wäre, die Annahme von kleinern Ladungen als die des Elektrons zu machen oder gar auch kontinuierliche Elektrizität, als ob sie existiere, zuzulassen. So haben wir beispielsweise den Impuls berechnet, den die durch den Stoß eines α-Partikels entstanden gedachten und im Felde fortgerissenen Ionen auf den Probekörper ausüben könnten und ihn 10^6 mal zu klein gefunden, als daß er überhaupt bemerkbar wäre.

Statische Raumladungen können im Kondensator keine verbleiben, da stets sehr hohe Spannung am Kondensator liegt und nur der einzelne Probekörper durch passende Feldregulierung im Kondensator verbleibt.

Die zufolge der Ergebnisse der Kondensatorabladeserien noch denkbaren maximalen stationären Raumladungen sind aber um viele Größenordnungen zu klein, als daß sie überhaupt bemerkbar wären. Außerdem müßte der Probekörper in diesem Falle Ladungsänderungen zeigen, die eine Funktion des Ortes im Kondensator wären. Auch müßte sich der Probekörper außerordentlich oft und stark sprungweise umladen, wenn solche Ströme im Gase vorhanden wären.

Wir sehen also bisher keine Möglichkeit, die gefundenen und Ihnen hier auseinandergesetzten Erscheinungen anders zu deuten, als durch Annahme eines kontinuierlichen Wechsels des Ladungszustandes radioaktiver Probekörper. Beachten wir, daß auch Probekörper, deren Ladung in der Größenordnung des Elementarquantums liegt, sich so umladen, als ob die Elektrizität kontinuierlich wäre oder aus Quanten viel kleinerer Größenordnung konstituiert wäre als die des universell gedachten Elektrons, so dürfen Sie wohl anzuerkennen geneigt sein, daß wir in diesem Phänomen der kontinuierlichen Entladung bzw. Ladungsschwankung radioaktiver Probekörper eine Stütze für jene Anschauung vermuten, nach welcher nicht jede elektrische Erscheinung auf ein universelles Elektron zurückgeführt werden kann.

Ein Fachgenosse hat mich jüngst gefragt, warum ich gerade diese Untersuchung geführt habe. Ich wollte auf diesem Wege zur Ladungsbestimmung des einzelnen α-Partikels gelangen bzw. den Vorgang bei der Emission eines α-Partikels näher erforschen.

Daß man auf Grund anderer Methoden bereits ziemlich konkrete Bilder für diese Vorgänge annimmt, kann mich in der weitern Verfolgung meiner Versuche nicht beirren.

Wenn Maxwell als Theoretiker in der Vorrede seines Lehrbuches der Elektrizität und des Magnetismus schrieb: „Ich habe mein Werk nicht als Richter, sondern wie ein Advokat ge-

schrieben", so soll ein Experimentalphysiker den entgegengesetzten Standpunkt vertreten.

Ich habe mich daher stets an den Ausspruch Duhems gehalten: „Niemand soll Versuche ausführen, um seine Gedanken zu bestätigen, sondern bloß, um sie zu kontrollieren".

Wir haben bereits jetzt alle zweckmäßigen konstruktiven Vorbereitungen getroffen, um unter Variation der Versuchsbedingungen, der Gase, des Gasdrucks usw. jene Phänomene, die an einzelnen mikroskopischen und submikroskopischen radioaktiven Probekörpern zu beobachten sind, gleichzeitig mit jenen wahrzunehmen, die für die radioaktiven Vorgänge bisher charakteristisch waren (Szintillation usw.) und die nach der radioaktiven Theorie zu erwarten wären. Es wird nun aber auch notwendig sein im Sinne der eingangs aufgeworfenen Hauptfragestellung, daran zu gehen, alle übrigen Gebiete der Physik auf die Frage der Universalität des Elektrons hin in Zukunft zu überprüfen.

Diskussion.

Edgar Meyer: Ich möchte den Herrn Vortragenden um eine Auskunft über das Methodische in seiner Arbeit bitten. Bekanntlich haben die Versuche des Herrn Bär im Physikalischen Institut der Universität Zürich zu dem Ergebnis geführt, daß die beliebig geänderten Ladungen eines Teilchens sich, innerhalb der jedesmal bestimmten Fehlergrenze, exakt verhalten wie die kleinen ganzen Zahlen, eine conditio sina qua non für die atomistische Struktur der Elektrizität. Da nach den älteren Versuchen von Herrn Ehrenhaft dieses ganzzahlige Verhältnis nicht vorhanden ist, so möchte ich fragen, wie sich der Herr Vortragende zu dieser Diskrepanz stellt, die ja auch für die vorliegenden Versuche von Bedeutung sein könnte.

Ehrenhaft: Diese Frage hat zwar für vorliegende Versuche meinem Ermessen nach zunächst keine Bedeutung, aber wenn die Versammlung es wünscht, will ich diese Frage gerne beantworten, obzwar es mir wichtiger schiene, zunächst über die neuen radioaktiven Erscheinungen zu diskutieren.

Bezüglich der sogenannten loi des multiples entiers ist der Tatbestand folgender: Herr Edgar Meyer und W. Geriach haben durch Ausschweben von P. K. jene ganzen Zahlen bestimmt, die sich wie die Ladungen verhalten, die derselbe P. K. bei Umladungen hintereinander annimmt. Um diese Methode von der anhaftenden Willkür zu befreien, haben wir in Wien das sogenannte Einengungsverfahren, eine Gabelmethode angegeben, bei welcher durch Bestimmung von Feldstärken, bei der gerade Steigbewegung bzw. Fallbewegung des P. K. einsetzt, das größte gemeinschaftliche Maß der Ladungen, welche ein und derselbe P. K. hintereinander annimmt, bestimmt wird. Ich habe insbesondere darauf hingewiesen, daß sich diese Ladungen, wenigstens bei der damals erreichten Genauigkeit, wohl häufig als einfache Vielfache einer Ladung ansprechen lassen, daß sich ferner öfters dieselben stabilen Ladungen bei einem P. K. einstellen, doch fand ich, daß diese größten gemeinschaftlichen Maße der Ladungen bei den verschiedenen P. K. keineswegs einander gleich sind und daß sie mit dem Elektronenwerte nicht übereinstimmen. Auch Konstantinowsky ist im Prinzip zu ähnlichen Resultaten gelangt. Bei genauen Versuchen erhielten wir aber vielfach auch kompliziertere Verhältnisse, wobei ich bemerken möchte, daß es für die ganze Beurteilung der Frage mir stets relevant erschien, gleichzeitig bei jedem Probekörper auch seine Größe und damit auch den Absolutwert der Ladung mit zu bestimmen.

Um weiterhin auch diesbezüglich sicher zu gehen, also sicher kugelförmige P. K., bei welchen auch Massenänderungen der P. K. aller Erwartung nach keine die Versuche störende Rolle spielt, zu erhalten, haben wir durch Verdampfung hergestellte *Hg*-P. K. mit 1 pro Mille Bleizusatz in Verwendung genommen, während wir früher Quecksilber im elektrischen Lichtbogen zerteilten. Die durch exakt gemessene Einengungsgrenzen gewonnenen Verhältnisse der Ladungen eines solchen P. K. (Nr. 2. vom 1. I. 1919[1]) ergaben 14:7:43:28:20 bei einem Radius des P. K. von $3{,}1 \cdot 10^{-5}$ cm, also bei einem P. K. der Millikanschen Größenordnung. An diesem P. K. ergäbe sich aber, selbst wenn man den Ladungen die den wiederholt gemessenen Grenzen widersprechenden einfacheren Vielfachheiten 2:1:6:4:3 zuschreiben wollte, und die komplizierteren auf hypothetische Massenänderungen des P. K. zurückführen wollte, trotzalledem als einfachste Grundladung bloß $3{,}8 \cdot 10^{-10}$ e.-st. E., also noch immer eine wesentliche Unterschreitung des elementaren Quantes der Elektrizität.

Prinzipiell scheint es mir aber von Bedeutung, daß man diese sogenannte loi des multiples entiers, falls sie allein auf Konstitution der Elektrizität zurückgeht und nicht auf das umgebende Gas, Kapazität der P. K., kapillare

1) Vgl. Ann. d. Phys. 1920, Elektrizität und Radioaktivität, von F. Ehrenhaft u. D. Konstantinowsky.

und thermodynamische Gleichgewichtszustände usw. erst dann als Aussage über die Atomistik der Elektrizität in Rücksicht ziehen könnte, wenn die an verschiedenen P. K. ausgeführten Versuche auch stets die gleichen größten gemeinschaftlichen Maße ergeben.

Mir persönlich, und da stimme ich wohl mit der Mehrzahl der Fachgenossen überein, scheint gerade diese Fragestellung nach der Rationalität der Verhältnisse der Ladungen eine der schwierigsten zu sein und kann vor allem, wenn überhaupt, so nicht eher zu einer weiteren Klärung gebracht werden, bis man nicht über die alte Streitfrage, ob die Elektrizität bei Massenänderungen der P. K. ebenfalls abverdampft oder nicht, Genaueres weiß.

Ich erinnere übrigens daran, daß eine nicht unähnliche Frage der Atomistik der Materie, die Frage, ob die Atomgewichte ganzzahlige Vielfache des *H*-Atoms (Polymere des Wasserstoffs) sind, seit Prout, also einem Jahrhundert, in Diskussion steht und daß es auch hier sehr lange gedauert hat, bis die Dezimalen der Messungsergebnisse der Atomgewichte allgemeine Anerkennung fanden und daß die Diskussion, die Deutung derselben von theoretischer Seite her, auch heute noch nicht zur Ruhe gekommen ist.

Konstantinowsky: Die diesbezüglichen Versuche, welche Herr Bär und ich in Wien gemeinsam durchgeführt haben, lassen noch keinen eindeutigen Schluß in bezug auf diese Frage zu; ohne die Annahme von Massenveränderlichkeiten usw. bekommen wir in allen Fällen keine einfachen ganzen Zahlen. Da die Versuche aber noch nicht abgeschlossen sind, kann man derzeit noch nichts Bindendes aussagen.

Bär (Nachtrag bei der Korektur): Die Annahme einer langsamen, dauernd in derselben Richtung verlaufenden Massenänderung von wenigen Prozenten innerhalb eines viele Stunden dauernden Versuches ist allerdings bei vielen P. K. notwendig, um Ganzzahligkeit zu erhalten. Eine solche Annahme scheint mir auf Grund aller vorliegenden Erfahrungen sehr plausibel, aber ich möchte erst urteilen, wenn wir mehr und bessere Versuche angestellt haben werden.

Regener: Ich möchte die Hauptfrage, nämlich die Frage nach der Existenz oder Nichtexistenz eines Subelektrons von einem allgemeinen Gesichtspunkte aus beleuchten. Ich glaube, man kommt in dieser Frage weiter, wenn man das Augenmerk auf die Größe der Probekörper lenkt und zusieht, wie die Abweichungen der gefundenen Ladungen von dem anerkannten Werte des Elementarquantums von der Größe der Probekörper abhängen. Diese Abweichungen sind nämlich bei den Messungen des Herrn Millikans mit relativ sehr großen Teilchen (r meist größer als 10^{-4} cm) sehr klein und meines Erachtens lediglich die etwa noch vorhandenen Versuchsfehler. Bei den Versuchen von Herrn Ehrenhaft mit sehr kleinen Probekörpern werden die Abweichungen, und zwar die Unterschreitungen um so größer, je kleinere Probekörper angewandt werden, so daß Herr Ehrenhaft bei ganz kleinen Körpern auf $^1/_{10}$, ja auf $^1/_{100}$ des normalen Wertes für das Elementarquantum kommt. Irgendwo muß, wenn man von größeren zu kleineren Probekörpern übergeht, meiner Ansicht nach der Übergang von dem Millikanschen zu den Ehrenhaftschen Werten auftreten. Ich glaube, daß man daraus zu einer Aufklärung für die Unterschreitungen gelangen kann. Messungen, die Herr E. Radel[1]) auf meine Veranlassung in Berlin ausgeführt hat, haben eine solche in der Tat bereits ergeben.

Herr Radel hat mit ein und derselben Apparatur Messungen nach der Steig- und Fallmethode an Probekörpern von sehr verschiedener Größe gemacht und gefunden, daß bei großen Teilchen innerhalb der Versuchsfehler stets der Millikansche Wert herauskommt. Er hat dabei noch besonders Jagd auf möglichst kleine Ladungen gemacht und bei großen Teilchen niemals eine Unterschreitung der einfachen Elementarladung nach Millikan bekommen.

Bei einem bestimmten Radius begann nun aber beim Übergange zu kleineren Teilchen auch die Ladung kleiner zu werden (immer nach Stokes-Cunningham aus Steig- und Fallbeobachtungen berechnet), und zwar ergab sich das Merkwürdige, daß der Radius der beginnenden Unterschreitung von der Substanz des Probekörpers abhängt. Bei Gold liegt er bei etwa $2{,}7 \cdot 10^{-5}$ cm Radius, bei Quecksilber bei etwa $1{,}2 \cdot 10^{-5}$ cm Radius. Paraffinöl und Kolophonium gaben keine Unterschreitungen, konnten aber bei kleineren Teilchen wegen der großen Molekularbewegung nicht beobachtet werden.

Aus diesen Messungen Herrn Radels leite ich nun folgende Arbeitshypothese für die Unterschreitungen bei kleinen Teilchen ab.

Ich nehme an, daß die Teilchen umgeben sind von einer verdichteten Gasschicht von einer bestimmten Dicke. Die Verdichtung möge um so größer werden, je

1) E. Radel, Ladungsmessungen an Nebelteilchen. Zeitschr. f. Physik **3**, 63, 1920.

näher man an die Oberfläche des Teilchens kommt. Ist der Radius der Teilchen groß gegen die Dicke dieser Schicht, dann wird die Beweglichkeit des Teilchens durch die Schicht nicht beeinflußt. Wird dagegen der Radius so klein, daß die Dicke der Schicht eine merkliche Rolle spielt, dann wird auch die Beweglichkeit des Teilchens verkleinert und somit die Ladung zu klein gefunden. So erklären sich die Unterschreitungen; dieselben werden um so größer, je kleiner das Teilchen wird, da das Verhältnis der von der Oberfläche ausgehenden Kräfte zu den vom Volumen ausgehenden immer größer wird und damit auch der Einfluß der Oberflächenschicht auf die Unterschreitung. Natürlich kommt auch der Radius der Teilchen und ebenso die Dichte bei kleinen Teilchen falsch heraus.

Die Hauptfrage ist nun, ob die Dicke der Schicht zur Erklärung der gefundenen Wirkung ausreichend ist. Auf die Molekularkräfte allein kann die Schicht wohl nicht zurückgeführt werden, denn für die Wirkungsweise derselben ergeben sich viel kleinere Werte als die hier nötigen von einem oder mehreren Hunderten des Molekulardurchmessers. Wenn man also auch theoretisch der Sache nicht beikommen kann, so liegt aber, wie ich bei Durchsicht der Literatur fand, bereits umfangreiches experimentelles Material vor, nach welchem die verdichtete Gasschicht auf festen Körpern sehr viel mal größer als die theoretische Wirkungsweite der Moleküle ist. Es liegen da sehr viel Messungen von Quincke, Kayser, Mühlfarth u. a. über die von Glasflächen (auch von auf 500° erwärmten, wasserhautfreien) festgehaltenen Gasschichten vor. Die letzteren Messungen ergeben sogar Gasschichten von einigen Einheiten des 10^{-3} cm, also viel dicker, als wir sie brauchen. Auch alkalifreie Quarz- und Eisenflächen zeigen dieselbe Erscheinung. Zur Erklärung dieser dicker Schichten müssen sicher noch andere Kräfte angenommen werden als die reinen Molekularkräfte; vielleicht die „halbchemischen" Kräfte, von denen gestern Herr Hallwachs sprach und welche auch Herr H. Freundlich zur Erklärung von Anomalien in der Absorption heranzieht. Ich bemerke, daß auch die Herren Schidlof und Targonski in Genf zur Erklärung der Erscheinung des „Verdampfens" der Quecksilbertröpfchen bereits früher in ähnlicher Weise von Gashäuten gesprochen haben.

Für den vorliegenden Fall genügt es vollkommen, daß die Existenz solcher dicken Gasschichten experimentell nachgewiesen ist. Sie müssen also in der angeführten Weise die nach Stokes-Cunningham berechneten e-Werte beeinflussen, es muß also das Elementarquantum scheinbar um so kleiner werden, je kleinere Probekörper man nimmt, je mehr also die Gasschicht die Beweglichkeit verändert. Es liegt also meines Erachtens gar kein Anlaß vor, an einem Elementarquantum von der Größe des Herrn Millikan gemessenen zu zweifeln.

Dies ist meine Arbeitshypothese zur Erklärung der Unterschreitungen[1]). Ich zweifle nicht, daß weitere Messungen, die ich zur genaueren Erfassung der Schicht vorbereitet habe, die Sache bald weiter klären und zeigen werden, daß die Existenz von Subelektronen nicht reell ist.

Ehrenhaft: Abgesehen von vielen theoretischen Erwägungen, welche, wie Herr Regener selbst bemerkte, die Annahme solcher Gasschichten höchst unwahrscheinlich machen, will ich zunächst darauf aufmerksam machen, daß ich bereits 1911 in einer Statistik darauf hinwies (diese Zeitschr. **12**, 94, 1911), daß die Unterschreitungen des sogenannten Elementarquantums sich am P. K. von der Größenordnung $3 \cdot 10^{-5}$ cm abwärts, also mit abnehmender Kapazität der P. K. im allgemeinen häufiger vorfinden. Ich bezeichne es als Fortschritt, daß nunmehr die Unterschreitungen wenigstens an kleinen P. K. schon zugegeben werden. Nichtsdestoweniger findet man aber auch an größeren P. K. der Millikanschen Größenordnung eindeutige Unterschreitungen des Elementarquantums, so z. B. an *Hg*-Tröpfchen, bei *Hg*-P. K. vom Radius $3{,}2 \cdot 10^{-5}$ cm (*Hg* Nr. 1 vom 1. I. 1919), bei Selen vom Radius von $3{,}4 \cdot 10^{-5}$ cm (*Se* Nr. 1 vom 15. V. 1919 Ladung $2 \cdot 1 \cdot 10^{-10}$ el.-st. E.). Ich zweifle nicht, daß sich Unterschreitungen an größeren P. K. gleichfalls bei den anderen vorfinden werden. Damit wird aber die ganze Argumentation des Herrn Regener hinfällig. Daß man im allgemeinen bei *Au* und anderen Körpern mit hoher Dichte noch an kleineren P. K. zu guten Messungen und damit auch leichter zu Unterschreitungen gelangt, liegt nach meiner Ansicht vor allem an dem viel größeren Kontraste dieser P. K. im Dunkelfelde, der ihre Sichtbarmachung auch noch in Größen ermöglicht, in der andere Substanzen geringer Dichte sich bereits der Beobachtung entziehen, sowie an der größeren Fallgeschwindigkeit dieser P. K. zufolge ihrer großen Dichte; daher auch die größere

1) Vgl. dazu: E. Regener, Über die Ursache, welche bei den Versuchen von Herrn Ehrenhaft die Existenz eines Subelektrons vortäuscht. Sitz. d. Preuß. Akad. **32**, 632, 1920.

Schwierigkeit, Unterschreitungen an P. K. von geringer Dichte zu messen.

In diesem Zusammenhange ist es von Interesse, wenn ich Ihnen mitteile, daß der Gedanke, Gasschichten zur Erklärung der Unterschreitungen des postulierten Elementarquantums heranzuziehen, nicht neu ist, sondern es hat bereits im Jahre 1913 Anton Lampa, damals in Prag, mir mitgeteilt, daß nach dem Stande der Versuche in Wien und Prag es ihm nicht gelungen sei, durch Annahme von Gasschichten die Ladungen der P. K. einheitlich auf das hypothetische Elementarquantum oder dessen Vielfache zurückzuführen.

Seither hat Herr J. Mattauch in meinem Institute neuerdings sehr schöne übereinstimmende Resultate an Selen-P. K. erhalten, einesteils unter Voraussetzung der Dichte des Selens aus der Fallgeschwindigkeit unter Verwendung der Widerstandsgesetze, andererseits durch Bestimmung der Größe der P. K. aus der Farbe. Hätte die Gasschicht wesentlichen Einfluß, dann wäre diese Übereinstimmung nicht möglich. Auch könnte das lichtpositive photophoretische Maximum des Silbers, vorausgesetzt, daß es sich dabei um Lichtdruck handelt, nicht mit den übrigen Größenbestimmungen der P. K. des Silbers in Übereinstimmung kommen.

Schließlich sei darauf hingewiesen, daß auch die Rechnung auf Grund der Beweglichkeit, welche nach der Theorie der Brownschen Bewegung ohne Voraussetzung über die Dichte der P. K. bestimmt werden, Abweichungen vom elementaren Quantum ergeben, was auch Herr R. Fürth fand. Auswieviel Steig- und Fallwerten erschließen Sie aus Herrn Radels Beobachtungen nach der Brownschen Bewegung, für die Sie Übereinstimmung mit dem Elementarquantum behauptet haben, die Beweglichkeit.

Regener: Aus zehn Werten.

Ehrenhaft: Dies ist für Bestimmungen aus der Brownschen Bewegung, die auf statistischer Grundlage beruhen, viel zu wenig und ebenso, als würde eine Versicherungsgesellschaft ihre Sterblichkeitstafeln auf die Lebensdauer von 10 Individuen aufbauen. Bei uns wurden bis zu 1500 Messungen an einem P. K. beobachtet (bis zu 11 Stunden); wir getrauen uns bezüglich dieser Frage noch immer nichts Definitives auszusagen. Erst wenn der Vergleich der Beweglichkeit aus der Brownschen Bewegung und aus den übrigen Methoden auch noch bei P. K. ganz geringer Dichte, z. B. *Na* und *Li* in Argon und bei ausreichender Statistik auch bei spezifisch schweren Körpern (*Au*, *Pt*) ausgeführt sein wird, und wenn man auch hier über die Art der Berechnung Sicherheit hat, kann man weiter schließen.

Schließlich sei erwähnt, daß ich mich der Frage der experimentellen Untersuchung des Einflusses von Gasschichten keineswegs verschließe, sondern daß wir sie freudig aufnehmen werden, allerdings möchte ich da Verfahren, die unter Voraussetzung des Elektronenwertes aus den gemessenen Abweichungen von Elektronenwerten jene Dicke der Hülle rückschließen, welche die Ladung wieder zum Elektronenwert führt, keine Bedeutung beimessen, denn das wäre eine petitio principii. Der hypothetische Einfluß solcher Gasschichten, ich bin mir allerdings der Schwierigkeit solcher Versuche bewußt, müßte vielmehr durch eigene, von der Elektronenfrage unabhängige Verfahren ermittelt werden. Dies ist aber die Idee von Konstantinowsky, der vielleicht in seinem angekündigten Vortrag auch diese Frage berühren dürfte.

Konstantinowsky: Messungen über die Dicke der Oberflächengasschicht liegen, wie Herr Regener selbst erwähnte, an so kleinen Partikeln nicht vor; auch ist, soweit mir bekannt, in der Literatur nirgends eine Methode angegeben worden, nach welcher eine Abschätzung der Oberflächengasschicht zu bekommen ist. Ich brauche zu diesem Zwecke den in Betracht kommenden Probekörper nur nacheinander in die Atmosphäre von 2 Gasen zu bringen, welche, miteinander chemisch reagierend, z. B. einen festen Körper geben. Aus dem Massenzuwachs, den der Körper dabei erleidet, erhalte ich dann die Masse der ursprünglich ab- und adsorbierten Gasmenge. Dies wird also dann zugleich die erste Möglichkeit sein, auf einen Wert für die in Betracht kommende Gasmenge zu schließen. Um daher zu beurteilen, ob die Gasschicht für die gefundenen Abweichungen der Ladungen überhaupt in Betracht kommen, muß wohl erst der Ausgang dieser Versuche abgewartet werden.

Born: Man kann zur Erklärung der Unterschreitungen der Elektronenladung auf folgenden Gedanken kommen: Stellen wir uns den Probekörper als geladene Kugel von Radius R und der Ladung E vor, in dessen Umgebung sich Ionen von der Ladung e befinden. Der Probekörper wird die Ionen entgegengesetzter Ladung an sich ziehen mit einem Potential, dessen Grenzwert an der Kugeloberfläche eE/R ist. Wenn dieser Potentialwert von der Größenordnung der mittleren Energie einer Gasmolekel kT wird, so muß irgendetwas Neues in der Umgebung des Probe-

körpers geschehen; die Gültigkeit der Ehrenhaftschen Überlegungen wird aufhören, sobald $eE/R = kT$ wird. Daraus folgt:

$$R = eE/kT$$

und wenn man $K = ne$, $e = 4{,}8 \cdot 10^{-10} \cdot k = 1{,}4 \cdot 10^{-16} \cdot T = 300$ setzt, so erhält man:

$$R = 5{,}5 \cdot 10^{-6} n.$$

Das führt also gerade auf jene Größenordnung des Teilchenradius, bei der die Unterschreitungen des Elementarquantums einsetzen. Vielleicht steckt in dieser Größenordnung-Betrachtung ein richtiger Kern.

Konstantinowsky: Ich möchte nochmals darauf hinweisen, daß die Intervalle der Partikelgrößen in den Millikanschen und in den Ehrenhaftschen Versuchen einander übergreifen, so daß es auch ein Größengebiet gibt, in welchem beide gearbeitet haben. Auch in diesem Intervalle kommt Ehrenhaft nicht in Übereinstimmung mit den Millikanschen Resultaten, so daß der Erklärungsversuch, den Prof. Born gibt, meiner Ansicht nach hier nicht hinreicht. Im übrigen möchte ich bemerken, daß es bisher meines Wissens noch niemand gelungen ist, die Millikanschen Ergebnisse auch nur mit annähernd derselben Genauigkeit wiederzufinden.

Gerlach: Ich möchte mir eine Bemerkung gestatten zu den von Herrn Ehrenhaft vorgetragenen Erscheinungen an kleinen radioaktiven Teilchen. Die gezeigten Kurven können auf Änderung der Masse oder der Ladung oder auf beides zurückgeführt werden: Die von Herrn Born vermutete Möglichkeit von Ladungsänderungen durch Aufnahme von Ionen ist in ganz ähnlicher Weise von Edgar Meyer und mir vor einigen Jahren bei der Untersuchung des lichtelektrischen Effektes an kleinen Metallteilchen beschrieben und gedeutet worden. Die Ehrenhaftschen Versuche mußten also in gleicher Weise erweitert werden. Treten bei offensichtlichen Ladungsänderungen der radioaktiven Teilchen stets Aufladungen gleichen Vorzeichens auf, oder sowohl positive wie negative?

Konstantinowsky: Es treten Ladungsveränderungen beiderlei Vorzeichens auf. Um klarzustellen, worum es sich bei den beobachteten Erscheinungen handelt, möchte ich darauf hinweisen, daß der Vorgang des Übergehens von einem Ladungszustande des P. K. zu einem andern mitunter bis zu 80 Sekunden dauert. Während dieser Zeit konnten die Zwischenladungen, welche der P. K. annahm, wiederholt gemessen werden. Mit den Zeiten, welche vergingen[1]), bis wieder eine Umladung des P. K. einsetzte, hat das also nichts zu tun. Bei den Umladungen selbst handelt es sich nicht um große Änderungen der Ladung des P. K., sondern um solche von der Größenordnung des Elektrons.

Edgar Meyer: Bei den beschriebenen Versuchen von Herrn Ehrenhaft scheint es mir noch nicht sicher gestellt, ob man es mit einer Änderung der Ladung oder eben mit einer wirklichen Massenänderung der Teilchen zu tun hat. Letztere könnte ich mir sehr gut dadurch hervorgerufen denken, daß z. B. ein α-Partikel durch die von Herrn Regener auf den Teilchen angenommene Gashaut hindurchgeht. Dabei könnte diese Gashaut zum Teil abgeschleudert werden, ganz analog etwa wie das in Lawson nachgewiesene Verspritzen von Gold durch den Aufprall von α-Partikeln (Lawson, Wien. Ber. 127, 1315, 1918).

Konstantinowsky: Damit die beobachtete Erscheinung durch eine Massenänderung des Partikels erklärt werden könnte, müßten diese Änderungen mitunter 50 und mehr Proz. der Anfangsmasse des Partikels betragen. Daß solche Änderungen ausgeschlossen sind, ergibt der Vergleich aufeinander folgender Steig- und Fallbeobachtungen.

Fürth: Es kann sich bei den Ehrenhaftschen Geschwindigkeitsschwankungen seiner Probekörper nicht um radioaktive, sondern nur um Ladungs-Schwankungen im Sinne Smoluchowskis handeln, indem die Ionen des umgebenden Gasraums im dynamischen Gleichgewicht mit der Leitung des Probekörpers steht. Aus der Theorie dieser Schwankungen müßte es möglich sein, die Größe der Ladungen dieser Ionen zu bestimmen und zu entscheiden, ob diese kleiner sind als das Elektron oder nicht.

Konstantinowsky: Die auf den Probekörper niedergeschlagenen Aktivitäten sind sehr klein; um eine Orientierung zu geben, möchte ich erwähnen, daß auf dem mit *Po* beschlagenen Probekörper nur so wenig *Po* war, daß nach der Zerfallstheorie im Durchschnitt nur in etwa 1000 Sek. eine Emission zu erwarten wäre. Von Ladungsschwankungen im Sinne der Campbell-Schweidlerschen kann demnach nicht die Rede sein.

Ehrenhaft: Eine größere radioaktive Menge zeigt bekanntlich Ladungsschwankungen. So kleine radioaktive Mengen, wie sie auf unseren P. K. sind, zeigen nach unseren

1) E. Meyer u. W. Gerlach messen bei ihren Versuchen nur diese Zeiten, während sie vom Vorgange der Ladungsänderung selbst ausdrücklich bemerken, daß er so schnell vor sich geht, daß er sich der Beobachtung entzieht. Ann. d. Phys. 45, 223, 1914 oder 47, 230, 1915.

Versuchen ebenfalls Ladungsschwankungen. Im ersteren Falle deutet die Elektronentheorie die Ladungsschwankungen durch die durch die Zufallsgesetze bestimmten Streuungen in den Emissionen beim Atomzerfall. In unserem Falle reicht die Elektronentheorie meines Erachtens nach zur Deutung der Erscheinung nicht mehr hin, denn P. K., welche selbst nur mehr Ladungen von der Größenordnung des Elektrons tragen, zeigen diese Schwankungen auch

Weiss: Die Bestimmung der Teilchengröße erscheint immer noch unsicher, da die Berechnungen nach der Stokes-Cunningham'schen Formel einerseits und aus der Brown'schen Bewegung andererseits nicht nur nicht übereinstimmen, sondern sogar ganz verschiedene Größenordnungen ergeben. Solange diese Diskrepanz nicht geklärt ist, sind auch die Ladungsbestimmungen nach der einen wie nach der andern Methode unbefriedigend, um so mehr, als auch die Struktur der Teilchen (Gashaut, schwammige Struktur, Hohlkörper) einer Prüfung bedürfte.

Fürth (Nachtrag bei der Korrektur, da in der Diskussion aus Zeitmangel nicht mehr zugelassen): Der Herr Vortragende hat die Größenbestimmung seiner Probekörper aus der Farbe des abgebeugten Lichtes erwähnt. Da in letzter Zeit gegen diese Methode sowie insbesondere gegen die von G. Laski eingeführte Verbesserung auf der Basis der Grundempfindungshypothese von E. Norst Bedenken erhoben worden sind, möchte ich erwähnen, daß ihre prinzipielle Anwendbarkeit außer Zweifel steht, wenn auch bisher ihre Übereinstimmung mit anderen Methoden in Gasen noch nicht sicher gestellt ist. Hingegen werde ich in einer demnächst erscheinenden Arbeit zeigen, daß bei kolloiden Metallpartikeln die Größenbestimmung aus der Farbe nach der Laski'schen Methode zu guter Übereinstimmung mit der aus der Brown'schen Bewegung führt.

Ehrenhaft: Alle Berechnungsarten führen jedenfalls zu Ladungsunterschreitungen. Wir haben die Versuche in Wien auch nach dieser Richtung hin fortgesetzt. Nach der Theorie der Brown'schen Bewegung ergaben sich bekanntlich die Größen der P. K. kleiner Dichte verglichen mit den Größenbestimmungen aus dem Widerstandsgesetze zu klein, dagegen die Größen der P. K. hoher Dichte (*Au*) zu groß. Es schien mir daher die Vermutung naheliegend, daß die Übereinstimmung bei P. K. mittlerer Dichte besser ausfallen würde, deshalb ließ ich Selen verwenden. Der vorerwähnte Schluß hat sich nach den Untersuchungen von Herrn Erich Schmid einigermaßen gerechtfertigt, wenn auch hier noch selbst bei sehr großer Statistik (1500 Einzelmessungen). Abweichungen zwischen dem Resultate aus dem Widerstandsgesetz und aus der Brown'schen Bewegung bestehen blieben.

Fürth: Die Beweglichkeitsbestimmung aus der Brown'schen Bewegung kann nur dann exakt sein, wenn das statistische Material ungeheuer groß ist, was weder bei den Weiß'schen, noch bei meinen Messungen der Fall war. Auf eine Atomistik läßt sich so nicht schließen. Die Aussage Herrn Ehrenhafts, daß bei Teilchen großer Dichte die Brown'sche Bewegung kleinere Beweglichkeit gibt als die Steig- und Fallbeobachtungen, bei kleinerer Dichte umgekehrt, kann ich aus meinen Beobachtungen bestätigen, jedoch glaube ich, daß diese Unstimmigkeiten nicht ihren Ursprung in ihrer Dichte haben. Bei den Körpern kleinerer Dichte dürfte die Abweichung doch wohl bloß sekundären Ursachen zuzuschreiben sein.

Ehrenhaft: Ich glaube, daß es sich auch hier um reelle Abweichungen handelt, wenigstens ist mir kein Gegengrund bekannt. Übrigens läßt sich diese Frage am P. K. von *Na* oder *Li* in Argon, für welche ich in Wien bereits die nötigen Vorkehrungen getroffen habe, zur weiteren Klärung bringen.

Gerlach: Wenn Herr Ehrenhaft Ladungsänderungen ausschließt, so bleiben nur Massenänderungen als Möglichkeit übrig, vielleicht im Sinne der Meyer'schen Bemerkung auf Grund der Anschauung von Regener. Hierbei ist eben gerade die langsame Einstellung, wie sie die Versuche mit Poloniumteilchen zeigen, zu erwarten, wie sie Schidlof und Targonski zeigten. Hierbei möchte ich noch fragen, seit wann Herr Ehrenhaft dem *Hg* 1 Proz. Blei zusetzt, um „Verdampfung" zu vermeiden, während von ihm und seinen Schülern doch bisher immer die Verwendung chemisch reinen Quecksilbers als wesentlich für die Erreichung in Teilchen konstanter Masse betont wurde.

Ehrenhaft: Um keine Unklarheiten aufkommen zu lassen, bemerke ich, daß auch gelegentlich rasche Ladungsänderungen kontinuierlicher Art vorkommen. Die Schwankungen der Ladungen auf Schwankungen der Masse zurückzuführen, scheint völlig ausgeschlossen, worauf schon Konstantinowsky hinwies. Was schließlich das *Hg* betrifft, haben wir ursprünglich bei nicht radioaktivem P. K. mit elektrisch zerstäubten *Hg* gearbeitet. Dem in Quarzeprouvetten mit der Bunsenflamme verdampften *Hg* setzten wir *Pb* seit November 1919 (vgl. Zitat, S. 683) zu.

D. K. Konstantinowsky (Wien), Über eine Methode zur Ausführung und quantitativen Verfolgung chemischer Reaktionen an Massen bis zu 10^{-14} g.

Durch die geistreichen Konstruktionen und Verfeinerungen der Mikrowagen ist es heute bereits möglich, chemische Reaktionen bis zu einer staunenswerten Kleinheit der reagierenden Massen quantitativ zu verfolgen. So lassen sich auf der bekanntesten und gebräuchlichsten Mikrowage, der Nernstschen, noch Massen von 10^{-5} g mit einer Genauigkeit von etwa 1 Proz. d. i. 10^{-7} g messen[1]), auf der Ramsay-Wage noch Massen bis auf etwa $2{,}5 \cdot 10^{-8}$ g angeben[2]). Auf der Wage von Pettersson[3]) beträgt die absolute Empfindlichkeit sogar noch etwa $2{,}5 \cdot 10^{-10}$ g, so daß sich Massen von 10^{-8} g noch auf einige Proz. genau angeben lassen.

Verfolgen wir, um gleich mit dem Folgenden im Einklange zu bleiben, beispielsweise eine Additionsreaktion zwischen einem festen Körper A und einem Gase B zu einem festen Reaktionsprodukte C, so ließe sich das Gesetz der Verbindungsgewichte an dieser Reaktion mit der letztgenannten Wage bis auf einige Einheiten der 10^{-10} g-Stelle überprüfen; denn für das Verhältnis der Masse m des Ausgangsproduktes A und der Masse m' des Reaktionsproduktes C geben einerseits die stöchiometrischen Gesetze den Wert

$$\frac{m}{m'} = \frac{v_a}{v_a + v_b} \qquad (1)$$

(v_a, v_b die Verbindungsgewichte von A und B), andrerseits läßt sich dieses Verhältnis auf der Wage ermitteln und damit das Gesetz der Verbindungsgewichte bis auf eben etwa einige 10^{-10} g kontrollieren. Daß es zu dieser Überprüfung, wie bekanntlich zu jeder quantitativen Analyse, bloß notwendig ist Relativgewichte zu ermitteln, ist unmittelbar zu ersehen.

An der bekannten Ehrenhaftschen Versuchsanordnung werden nun die Massen von Körperchen ermittelt, die viel kleiner sind als diejenigen, mit welchen, wie eben auseinandergesetzt, Reaktionen auf der derzeit empfindlichsten Mikrowage quantitativ verfolgt werden können, ja die sogar verschwindend klein sind gegenüber dem kleinsten Massenunterschiede, auf welchen die empfindlichste Mikrowage eben noch reagiert. Über die absoluten Massenempfindlichkeiten selbst gibt die kleine Tabelle eine Übersicht[1]).

Instrument	Absolutempfindlichkeit in Gramm.
Nernst-Wage[2])	10^{-7}
Pettersson-Wage	$3{,}10^{-10}$
Ehrenhaft-Kondensator	10^{-15}

Und eben mit diesen Körperchen von so geringer Masse gelingt es mir, chemische Reaktionen auszuführen, ja selbst quantitativ zu verfolgen und das Gesetz der Verbindungsgewichte zu überprüfen.

Um dies zu erläutern, will ich von der Ehrenhaftschen Experimentiertechnik so viel in Erinnerung bringen, als für das Prinzip des Folgenden notwendig ist. Denken Sie sich ein Partikel des Stoffes A von der erwähnt kleinen Masse m zwischen die horizontalen Platten des Kondensators gebracht; dieses Partikel trage die Ladung e. Zwischen den Platten kann dann ein lotrechtes elektrisches Feld von einer solchen Stärke $\mathfrak{E}$ erregt werden, daß die nach oben ziehende elektrische Kraft $e\mathfrak{E}$ dem Gewichte mg des Partikels das Gleichgewicht hält[3])

$$e\mathfrak{E} = mg \qquad (2)$$

Da das zwischen den Platten hervorgerufene Feld der an die Platten angelegten Spannung V proportional ist, kann statt dessen auch

$$m = kV \qquad (3)$$

genommen werden; die Proportionalitätskonstante k hängt außer von der Wahl der Spannungs- und Masseneinheiten noch von den Dimensionen des Kondensators und der Ladung des Partikels ab. Die relative Genauigkeit, die erzielt werden kann, ist bei größeren Partikeln (bis herab zu etwa 10^{-13} g Masse) zirka 1 Proz., bei sehr kleinem Wägegut (bei einer mittleren Dichte des Partikels für etwa 10^{-14} g) um 10 Proz., die absolute Massenempfindlichkeit also, wie erwähnt etwa 10^{-15} g.

Die Spannung V sei ermittelt worden, während sich das Partikel in einem Gase befand, das ihm gegenüber chemisch indifferent war. Wird nun das umgebende Gas gegen jenes andere Gas B ausgewechselt, mit welchem das Partikel eine Additionsreaktion eingeht, so läßt

1) Emich, Lehrbuch der Mikrochemie, Wiesbaden 1911, S. 13. Wie mir Herr Geheimrat Nernst freundlichst mitteilte, gelingt es ohne weiteres, die Absolutempfindlichkeit um eine oder zwei Zehnerpotenzen zu steigern.

2) Proc. Roy. Soc. 84 A, 536, 1911.

3) H. Pettersson, Diss. Göteborg 1914.

1) Bezügl. des Begriffes „Empfindlichkeit" einer Reaktion vgl. F. Emich, Berl. Ber. 1910, S. 11. Im Sinne der dort eingeführten Definitionen ist hier immer nur von praktischen Empfindlichkeiten die Rede.

2) Vgl. Anm. 1, vorige Spalte.

3) Oder eigentlich eine Minimalfeldstärke $\mathfrak{E}s$, bei der das Partikel in die Höhe gezogen wird und eine maximale $\mathfrak{E}f$ bei der es noch fällt

$$e\mathfrak{E}_s > mg > e\mathfrak{E}_f.$$

Da dieser Umstand für das Prinzipielle nicht von Wichtigkeit ist, wurde er der Kürze halber übergangen.

sich nach Ablauf der Reaktion für die Masse des Reaktionsproduktes auf eben die gleiche Art eine anzulegende Spannung V' finden, bei der das Partikel nunmehr schwebt und mit welcher demnach das nunmehrige Gewicht des Partikels ausgedrückt werden kann

$$m' = kV' \qquad (4)$$

oder für das Verhältnis

$$\frac{m}{m'} = \frac{V}{V'} \qquad (5)$$

Der Vergleich mit dem aus den stöchiometrischen Gesetzen errechneten Verhältnis (1) läßt also ganz analog der vorigen Betrachtung an der Pettersson-Wage das Gesetz der Verbindungsgewichte überprüfen, allerdings mit dem Unterschiede, daß es sich bei gleicher prozentueller Genauigkeit um etwa 100000 mal kleinere Massen handelt, die da an der Reaktion teilnehmen.

Bisher wurde der Einfachheit halber vorausgesetzt, daß die elektrische Ladung e des Wägegutes sich während der Reaktion nicht ändert, denn dann ist der Proportionalitätsfaktor k stets derselbe und, da es sich nur um Relativmessungen handelt, ohne Einfluß. Aber auch wenn dies nicht zutrifft, lassen sich die Versuche immer noch so durchführen, daß das Gesetz der Verbindungsgewichte dabei überprüft werden kann; ein gangbarer Weg wäre z. B. der, daß die Masse des Reagierenden und des Reaktionsproduktes aus den Widerständen ermittelt wird welche der fallende Körper im umgebenden Gase erfährt. Um die Berechnung für diesen Fall durchführen zu können ist es allerdings unerläßlich, daß sowohl Reaktionsprodukt als auch Ausgangskörper Kugelgestalt haben.

Um nun auch dafür vorzusorgen und solche Körper zu finden habe ich zunächst eine Reihe von Reaktionen an relativ großen Partikeln (etwa 10^{-3} cm Durchmesser) auf dem Objektträger ausmikroskopiert. Dabei konnte ich mich gleichzeitig davon überzeugen, daß die Reaktion vollständig, d. h. vollkommen bis ins Innere der kugelförmigen Probekörper vor sich ging und dies in Zeiten, welche — wenigstens in den von mir untersuchten Fällen — klein sind gegen jene, während welchen bei den vorliegenden Beobachtungsumständen dem Probekörper Gelegenheit geboten ist, mit dem ihm umgebenden Gase zu reagieren.

Die eigentlichen Versuche sind eben erst im Gange und ich möchte über die Ergebnisse derselben und die Schlüsse, die sich daraus ergeben, erst berichten, bis ich in genügender Menge definitives und einwandfreies Zahlenmaterial in Händen habe. Ich kann jedoch heute bereits mitteilen, daß es tatsächlich gelingt, chemische Reaktionen an so kleinen Massen auszuführen und auf die beschriebene Art quantitativ zu verfolgen, ferner daß, wenn Ladungsänderungen bei den chemischen Reaktionen überhaupt auftreten, diese zumindest sehr gering sein müssen.

Ist es aber einmal möglich, mit so kleinen Probekörpern Reaktionen auszuführen, dann lassen sich auch andere Fragen auf diesem Wege anschneiden und vielleicht der Lösung zuführen. Auf zwei derselben will ich kurz hinweisen.

Es müßte mir gelingen, auf diesem Wege eine direkte Bestimmung eines Maximalwertes für die von einem solchen Partikelchen ad- und absorbierte Gasmenge durchzuführen. Dies ist, soweit mir bekannt, heute auf eine andere Art nicht möglich, obwohl die Kenntnis dieser Größe für die Kennzeichnung einer Reihe von Eigenschaften der Körperchen dieser Größenordnung von Wichtigkeit wäre. Zu diesem Zwecke muß ich einen solchen Probekörper nur der Reihe nach mit zwei Gasen in Kontakt bringen, die, miteinander in einer Additionsreaktion reagierend, einen festen Körper liefern, und die Gewichtszunahme des Körperchens messen.

Auch werden sich auf diesem Wege Probekörper mit bestimmten Oberflächen überziehen lassen, was vor allem für die Überprüfung der Brownschen Bewegung von kleinen Körpern in Gasen von Interesse sein dürfte.

Vor allem scheint diese Methode eher wie die bisherigen geeignet zu sein, Antwort auf viele, bisher ungelöste Fragen der Physik und Chemie der Kolloide zu geben.

Diskussion.

Geitler: Ich möchte den Herrn Vortragenden fragen, mit welchen Substanzen er bisher gearbeitet hat.

Konstantinowsky: Die meisten Versuche mit Chlor als reagierendes Gas. Die Partikelchen waren aus *Se*, *Hg*, *Sb* usw.

Gerlach: Gestattet die Verfolgung solcher chemischen Prozesse an ultramikroskopischen Teilchen vielleicht ein Urteil über die Struktur der Teilchen, indem Gase bei kompakten Teilchen nur die Oberfläche, bei schwammigen Teilchen auch das Innere chemisch verändern?

Konstantinowsky: Darüber kann ich einstweilen noch nichts sagen. Bei Substanzen, welche als Reaktionsprodukt flüssige oder ölige Körperchen bilden, jedenfalls nicht.

W. Lenz (München), Über einige speziellere Fragen aus der Theorie der Bandenspektren. (Mit Tafel V.)

Meine Herren! Ein Hauptergebnis der von Bjerrum[1]), Schwarzschild[2]), Heurlinger und Anderen[3]) entwickelten Quantentheorie der Bandenspektren ist der Nachweis, daß diese Spektren ausnahmslos vom Molekül emittiert werden. Auf Grund dieser Theorie können wir die verschiedenen Rotationszustände des Moleküls und die verschiedenen Schwingungszustände seiner Atome gegeneinander aus dem Spektrum entnehmen. Hierzu bietet sich in den Woodschen Resonanz-Spektren des Joddampfes ein glänzendes Beispiel, das zugleich geeignet erscheint, den Inhalt des allgemeinen Bandengesetzes in besonders anschaulicher Weise verständlich zu machen, indem hier eine einzige Linie durch Variation der Versuchsbedingungen veranlaßt wird, sich allmählich zum komplizierten System der ganzen Bandenfolge zu entfalten. Dieser Umstand wurde von Herrn Franck in seinem vorgestrigen Vortrag schon kurz erörtert; ich möchte seine Ausführungen durch einige weitergehende Betrachtungen zur Jodfluoreszenz ergänzen. Im Anschluß daran sollen einige Bemerkungen allgemeinerer Art über den Einfluß der Temperatur auf die Linienintensität Platz finden. Zur Erleichterung des Verständnisses möchte eine hier vorangestellte kurze Skizze des theoretischen Aufbaus der Bandenformel dienen.

§ 1. Die allgemeine Bandenformel. Bei den sichtbaren Banden findet gleichzeitiger Quantenübergang der Rotation des Moleküls $(m \to m')$, der Schwingung der Atome $(p \to p')$ und des Elektronensystems der Molekel $(n \to n')$ statt. Nach Bohrs Frequenzbedingung ist die Energie des Anfangs- und Endzustandes der emittierenden Molekel zu bilden.

Die Rotationsenergie W_m eines zweiatomigen Moleküls vom Trägheitsmoment J ist nach der Quantentheorie von der Form:

$$\frac{W_m}{h} = A \cdot m^2; \quad A = \frac{h}{8\pi^2 J}. \tag{1}$$

Da die Trägheitsmomente der Moleküle um 10^{-39} liegen, so ist A von der Größenordnung 10^{11} und also in Wellenzahlen von der Größenordnung 1. Bezeichnet man ferner die Grundfrequenz der Atomschwingung des zweiatomigen Moleküls mit a, so wäre bei rein harmonischer Schwingung ihre Energie nach Planck $W_p = pha$; in dem hier vorauszusetzenden Fall anharmonischer Bindung treten Glieder mit höheren Potenzen der Quantenzahl p hinzu, die wir beim quadratischen abbrechen:

$$\frac{W_p}{h} = ap + bp^2. \tag{2}$$

Entsprechend der Wellenlänge einiger μ der ultraroten Absorptionsbanden bzw. auch nach Ausweis des Verhaltens der spezifischen Wärme zweiatomiger Gase bei hohen Temperaturen ergibt sich a von der Größenordnung 10^{13}, also in Wellenzahlen zu etwa 1000.

Hierzu tritt nun der in seiner Struktur hier nicht näher interessierende Term der Elektronenenergie W_n/h.

Bei Bildung der Differenz von Anfangs- und Endenergie ist indessen zu beachten, daß bei dem Elektronenübergang in den angeregten Zustand die ganze Konfiguration des Moleküls und daher sowohl die Grundfrequenz a der Atomschwingung wie auch das Trägheitsmoment J und damit A geändert wird. Die genannten Größen mögen dabei übergehen in a', J', A' und man erhält als allgemeines Bandengesetz:

$$\nu = \frac{W_{n'} - W_n}{h} + (a'p' + b'p'^2) - (ap + bp^2) + A'm'^2 - Am^2. \tag{3}$$

Dabei ist die gegenseitige Beeinflussung von Elektronen-, Schwingungs- und Rotationszustand, weil hier unwesentlich, außer acht gelassen.

In (3) ist die auf den Elektronensprung bezügliche Termdifferenz, in Wellenzahlen gemessen, von der bei Linienspektren zu beobachtenden Größenordnung 10 000. Da $a \sim 1000$ und $A \sim 1$, so erkennt man, daß die beiden letzten Terme in (3), also der Einfluß der Molekülrotation, die enge Linienfolge der Einzelbande liefern, während die beiden mittleren Terme, d. h. die Kernschwingung, die weit ausgreifenden Folgen der Bandkanten bedingen. Alles, was in einem Bandenspektrum zum gleichen Elektronenübergang gehört, faßt man zu einer Bandengruppe zusammen. Beim Stickstoff unterscheidet man z. B. — ursprünglich nach ihren Erregungsbedingungen, in quantentheoretischer Fassung jedoch nach den verschiedenen Elektronenübergängen, unter Beibehaltung der alten Bezeichnungsweise — drei positive, eine negative und zwei sogen. Cyan-Bandengruppen[1]).

Bei Wegfall des Elektronenübergangs stellt

1) Nernst-Festschrift 1912, S. 90.
2) Berl. Ber. 1916, S. 548.
3) Heurlinger, Diss. Lund 1918; diese Zeitschr. 19, 316, 1918; 20, 188, 1919; Zeitschr. f. Phys. 1, 82, 1920; Lund, Vetensk. Arsb. d. D. Phys. Ges. 21, 632, 1919.

1) Vgl. z. B. Heurlinger, Zeitschr. f. Phys. 1, 82, 1920. Die sogen. „Cyan"-Banden sind bekanntlich echte Stickstoffbanden.

(3) die ultraroten Banden (Rubens, E. v. Bahr) dar; es wird dann übrigens $a' = a$, $A' = A$.

Es sollen nunmehr die Woodschen Spektren auf Grund von (3) diskutiert werden.

§ 2. Die Fluoreszenzemission des Joddampfes. Bei dem außerordentlichen Linienreichtum des Absorptionsspektrums von Jod — es treffen durchschnittlich 20 Linien auf 1 Å — wäre es hoffnungslos, hier Zusammengehöriges zu erkennen, wenn es Wood[1]) nicht durch Anregung einer einzigen Linie dieses Absorptionsspektrums gelungen wäre, diese bei der Reemission zur Enthüllung des ihr innewohnenden Bandengesetzes zu veranlassen. Was geschieht bei der Anregung einer einzigen Linie? Es wird ein Molekül von dem zu ganz bestimmten Quantenzahlen m, p, n gehörigen Zustand auf m', p', n' gebracht. Da infolge der Wärmebewegung alle möglichen Rotations- und Schwingungszustände auftreten, so findet also unter den Molekülen des absorbierenden Dampfes eine doppelte Auslese statt, indem nur solche Moleküle angeregt werden, die eine ganz bestimmte Quantenzahl m der Rotation besitzen und von diesen wiederum nur solche mit der Quantenzahl p der Schwingung.

Welches ist nun die nach (3) bei der Reemission zu erwartende Bandenstruktur? Vor allem verarmt der Linienreichtum der Einzelbande, der ja dem Einfluß der Molekülrotation zuzuschreiben ist. Denn nach dem Auswahlprinzip von Rubinowicz-Bohr kann m' nur übergehen in $m' + 1$ bzw. $m' - 1$, wenn man in Analogie zu den sogenannten Cyanbanden den Fall konstant bleibender Quantenzahl m' ausschließt[2]). Da nach obigem die angeregten Moleküle alle den gleichen Rotationszustand m' besitzen, so werden hiernach von der ganzen Linienfolge der Einzelbande nur 2 Linien — die von Wood beobachteten Dubletts (Tafel V, Fig. 1a, b[3])) bei der Reemission zugelassen. Indem Wood — abgesehen von einigen experimentell nicht ganz geklärten Fällen — jeweils Dubletts erhält, bekundet sich demnach in seinen Versuchen in sehr reizvoller Weise das Walten des Auswahlprinzips.

1) Am ausführlichsten dargestellt in Phil. Mag. 35, 236, 1918.

2) Vgl. W. Lenz, l. c. S. 636.

3) Da die Woodsche Arbeit gegenwärtig schwer zugänglich sein dürfte, so gebe ich in Fig. 1 den für uns wichtigen Ausschnitt aus den dortigen Tafeln. In Fig. 1a ist das Dublett auf das Jodemissionsspektrum (aus Gasentladung) kopiert, und zwar handelt es sich hier um das dritte aus der Serie von 27 Dubletts. Fig. 1b—1e sind reine Fluoreszenzemissionen bei verschiedener Belichtungszeit bzw. bei Zusatz fremder Gase. Die Anregung erfolgt durch die Hg-Linie 5462.

Bei den Zusammenstößen der Jodmoleküle untereinander bzw. mit denen eines zugesetzten fremden Gases gilt keinerlei den Quantenübergang der Rotation beschränkendes Auswahlprinzip. Sofern also solche Zusammenstöße zwischen Absorption und Reemission wirksam sind, können sie den Wert der Rotationsquantenzahl m' der angeregten Moleküle in beliebiger Weise verändern. Nach obigem entstehen aus jedem dieser neuen Quantenzustände zwei neue Linien, und diese Linienpaare setzen sich endlich zur gesamten Linienfolge der Einzelbande zusammen. Wegen der geringen Dichte des von Wood untersuchten Joddampfes von gewöhnlicher Temperatur erfahren nur verhältnismäßig sehr wenige der angeregten Moleküle während der kurzen Verweilzeit vor der Reemission Zusammenstöße. Hieraus ist es erklärlich, daß in Woods Versuchen nur bei äußerst langer Belichtungszeit statt des ursprünglich allein erkenntlichen Dubletts die gesamte dichtliegende Linienfolge der Einzelbande sichtbar wird, in die das (jetzt stark überbelichtete) ursprüngliche Dublett gesetzmäßig eingelagert erscheint (Fig. 1b und 1c). Bei Zusatz von Edelgasen (*He* 4 mm, *X* 1,25 mm Druck) ist infolge der größeren Häufigkeit der wirksamen Zusammenstöße der Übergang vom Dublett zur vollständigen Einzelbande nach Ausweis der Woodschen Versuche viel stärker ausgeprägt (Fig. 1d und 1e).

Während bei der gewöhnlichen (etwa durch Gasentladung erzeugten) Emissionsbande alle Rotationszustände nach Maßgabe ihrer thermischen Häufigkeit zum Gesamtbilde der Einzelbande in nicht unterscheidbarer Weise beitragen, kann man also in den Woodschen Versuchen deren Entstehung aus Linienpaaren, die der gleichen Rotationszahl zugeordnet sind, in sehr anschaulicher Weise verfolgen.

Über die von Wood beobachteten Kantenfolgen hat Herr Franck schon näher berichtet; die folgenden hierauf bezüglichen Bemerkungen möchten daher lediglich der Vervollständigung des hier zu entwickelnden Gesamtbildes der Bandenstruktur dienen. Wegen des Vorliegens von anharmonischer Atomschwingung sind nach Bohrs Korrespondenzprinzip die Übergänge von p' nach jedem beliebigen p zulässig. Wood findet in einem besonders genau studierten Fall (Anregung durch die Hg-Linie 5462) 27 solcher Übergänge, d. h. 27 Dubletts in gesetzmäßiger Lage (Abstand in Wellenzahlen etwa 200 gegen Dublettweite 5), von denen allerdings einige intensitätsschwach sind bzw. fehlen[1]). Ebenso wie vorher

1) Das dritte dieser Doubletts ist auf Tafel V, Fig. 1 wiedergegeben.

m' wird auch die Schwingungsquantenzahl p' der angeregten Molekülе bei Zusatz fremder Gase durch Zusammenstöße geändert, und es vervollständigt sich das Kantensystem in ähnlicher Weise wie vorher das Liniensystem der Einzelbande. Die sogen. antistokesschen Linien (Reemission kurzwelliger als Anregung) erklären sich zwanglos aus der Überlegung, daß hier die Anregung aus einem Zustand der Atomschwingung $p > o$, nicht aus Atomruhe, stattgefunden hat und bei der Reemission der größere Sprung nach $p = o$ auftritt. Der Energiegewinn gegenüber dem absorbierten Quantum entstammt also der Wärmeschwingung der Atome im Molekül.

§ 3. Numerische Daten. Aus Woods Angaben lassen sich einige numerische Aussagen über das Jodmolekül machen.

Für die Dublettweite $\Delta\nu$ finden Wood und Kimura[1]) in dem oben erwähnten bestuntersuchten Fall (Fig. 1) den Wert 5 in Wellenzahlen. Da diese Linien den Übergängen $m' \to m' + 1$ bzw. $m' \to m' - 1$ entsprechen, so ergibt sich nach (3) und (1) für ihren Abstand:

$$\Delta\nu = A\{(m'+1)^2 - (m'-1)^2\},$$
$$= 4m'A = \frac{m'h}{2\pi^2 J}. \qquad (4)$$

Bei Kenntnis von m', d. h. der Rotationsquantenzahl des angeregten Zustandes kann hieraus das Trägheitsmoment J entnommen werden. Die Bestimmung von m' kann aus der Lage des Dubletts innerhalb der vollständigen Linienfolge der Einzelbande (Fig. 1 e) in hier nicht näher zu erläuternder Weise vorgenommen werden; mangels hinreichend genauer Angaben bei Wood kann indessen nur festgestellt werden, daß m' zwischen 8 und 10 liegt. Aus (4) ergibt sich daher $J \sim 2 \cdot 10^{-38}$, also etwa 14mal so groß als das aus den Cyanbanden entnommene Trägheitsmoment des Stickstoffmoleküls[2]); dem entspricht ein Abstand von etwa $1{,}4 \cdot 10^{-8}$ cm der Jodkerne.

Für die Lage der Dubletts innerhalb der genannten Serie von 27 solcher Dubletts finden Wood und Kimura[3]) das Gesetz:

$$\nu = \nu - 213{,}8\, p + 6{,}5\, p^2,$$

so daß nach (3) $a = 213{,}8$, $b = -6{,}5$ (in Wellenzahlen). Bei der Reemission handelt es sich um Übergang in den unangeregten Zustand; fände nämlich Übergang in einen anderen angeregten Zustand des Elektronensystems statt, so könnte entgegen dem experimentellen Sachverhalt die absorbierte Linie nicht zur Folge der reemittierten gehören. Daher stellt obiger Wert von a die Grundfrequenz der Atomschwingung im nicht angeregten Jodmolekül in Wellenzahlen dar, in Schwingungszahlen kommt also $\nu_{\text{Schwing}} \backsim 214 \cdot 3 \cdot 10^{10} \backsim 6{,}4 \cdot 10^{12}$. Dieser Wert kann am Verlauf der spezifischen Wärme geprüft werden. Beim Joddampf ist bisher nur der Streckersche Mittelwert $C_v = 6{,}86$ im Bereich $220^0 - 377^0$ C bekannt; aus vorstehendem ν-Wert folgt nach Einsteins Formel in hinreichender Übereinstimmung 6,90. (Im gleichen Bereich findet Strecker für Cl_2 6,2 und für Br_2 6,81.)

Gewöhnlich liegen die Verhältnisse für einen Vergleich spektroskopischer Daten mit thermischen bei Bandenspektren nicht so einfach, indem das Elektron nicht in den unangeregten Zustand, sondern in einen anderen angeregten zurückfällt. Dann kann aus dem Spektrum nicht a, sondern nur a' entnommen werden, eine Größe, die in vorläufig nicht nachprüfbarer Weise vom Erregungszustand des molekularen Elektronensystems abhängt. Thermisch (aus spez. W.) und optisch (ultrarote Eigenschwingung) ist jedoch nur a ermittelbar. Beispielsweise findet Bjerrum bei Stickstoff aus der spezifischen Wärme bei sehr hohen Temperaturen $\nu_{\text{Schwing}} = 8{,}1 \cdot 10^{13}$, in Wellenzahlen also $a = 2700$. Nach Heurlinger[1]) liefern die Kantenfolgen der verschiedenen Bandengruppen des Stickstoffs die a'-Werte (in runden Zahlen) 2400, 2100, 1700, 1500; wegen vollkommener Durchlässigkeit des N_2 im betreffenden Wellenlängenbereich kommen die a-Werte, d. h. der unangeregte Zustand, nicht vor. Es ist bezeichnend, daß hier stets $a' < a$, daß also im angeregten Zustand die Bindung der Atome gelockert erscheint, jedoch nur so weit, daß die a'-Werte noch von der gleichen Größenordnung wie a bleiben, sich also zwar hinsichtlich ihres genauen Wertes jeder Nachprüfung entziehen, nicht aber hinsichtlich ihrer Größenordnung. Dieser Umstand kann vielleicht ein Hilfsmittel bieten, um bei sonstiger genauer Kenntnis der Spektren deren Zugehörigkeit zu bestimmten Molekülen zu beurteilen. Man denke etwa an CO und CO_2, von denen nach Ausweis der spezifischen Wärmen und der ultraroten Eigenschwingung CO sehr straffe, CO_2 sehr lose Bindung besitzt ($a \sim 2400$ bzw. $a \sim 650$), so daß bei CO_2 viel enger liegende Bandenkanten auftreten müssen als bei CO.

§ 4. Temperatureinfluß. Als vorzügliches Mittel zur Erforschung der Bandenstruktur muß die theoretisch zu fordernde Temperaturabhängigkeit der Intensitätsverteilung angesehen werden, über die experimentell allerdings bisher nur wenig brauchbares Ma

1) Phil. Mag. **35**, 252, 1918. Neben zahlreichen anderen wertvollen Winken verdanke ich diesen wichtigen Literaturhinweis Herrn Dr. P. Pringsheim.

2) W. Lenz, l. c., S. 636. 3) l. c.

1) Zeitschr. f. Phys. **1**, 82, 1920.

terial vorliegt. Hierbei verdienen Beobachtungen in Absorption unbedingt den Vorzug vor denen in Emission, da bei letzteren die unkontrollierbaren Vorgänge der Anregung durch elektrischen Strom usw. einen unerwünschten starken Einfluß auf die Intensitätsverteilung haben können. Ebenso wie bei Absorption liegen naturgemäß auch bei der Woodschen Fluoreszenzemission ganz klare Bedingungen vor.

Der gesamte, aus einer Absorptionslinie ohne Dazwischenkunft der Zusammenstöße entspringende Reemissionsvorgang stellt einen Elementarprozeß dar und ist als solcher naturgemäß nicht temperaturabhängig. Nur die Zahl der absorbierenden, also in einem bestimmten Anfangszustand (p, m) angetroffenen (und damit allerdings auch die Zahl der angeregten) Moleküle hängt von der Temperatur ab. Das System der mehrfach genannten 27 aus der Anregungslinie 5462 entstandenen Dubletts sollte also bei Steigerung der Temperatur des absorbierenden Dampfes keine Intensitätsänderungen der einzelnen Linienpaare relativ zueinander zeigen, sondern nur eine gleichmäßige Erhöhung der Intensität aller Linien (wenigstens sofern die Schichtdicke hinreichend klein ist). Analoges gilt natürlich für die aus anderen Anregungslinien, z. B. $\lambda = 5771$ entstandenen Systeme von Jodfluoreszenzbanden. Wohl aber ist eine Temperaturabhängigkeit der Gesamtintensität dieser verschiedenen Systeme gegeneinander zu erwarten, da die relative Häufigkeit der zugehörigen verschiedenen Anfangszustände im Joddampf wegen ihrer verschiedenen Rotations- und Schwingungsenergie temperaturabhängig ist. Diese Frage ist indes bisher noch nicht experimentell nachgeprüft.

In diesem Zusammenhang möge hier noch eine Bemerkung über die Intensitätsverteilung einer Einzelbande Platz finden. Die einzelnen Linien entsprechen nach dem Früheren — bei den sichtbaren ebenso wie bei den ultraroten Bandenspektren — den verschiedenen Quantenzahlen m der Rotation. Nun ist die Verteilung der Rotationszustände der Moleküle temperaturabhängig nach Maßgabe des quantenmäßig modifizierten Boltzmannschen Satzes, kleine und große m sind unwahrscheinlich. Wie Heurlinger[1]) gezeigt hat, beobachtet man dementsprechend bei den sogen. Cyanbanden ein Anwachsen und Abfallen der Intensität bei Durchmusterung der Linien in der Reihenfolge ihrer natürlichen (durch das zugehörige m gegebenen) Numerierung. Das Gesetz der Statistik stellt sich hier als Intensitätsverteilung einer ganzen Linienfolge wundervoll ausgebreitet dar, während es beim Linienspektrum nur in der dem Dopplereffekt entstammenden Intensitätsverteilung einer einzigen Linie enthalten ist. Als interessantes Beispiel hierzu möchte ich auf die Beobachtungen von Angerer[1]) hinweisen, der die Stickstoffbanden einer Röhre bei gewöhnlicher Temperatur verglich mit denjenigen bei Eintauchen der Röhre in flüssige Luft. Die Photometrierung (Tafel V, Fig. 2; oben hohe, unten tiefe Temperatur) zeigt sehr eindrucksvoll den bei tiefen Temperaturen statistisch zu fordernden viel schnelleren Intensitätsabfall nach höheren Liniennummern zu als er im Falle gewöhnlicher Temperatur beobachtet wird[2]). Um zu mehr quantitativen Angaben zu gelangen, müssen die Versuche allerdings wiederholt werden. Von eindringenderem Studium dieser Frage ist die Möglichkeit astronomischer Temperaturbestimmung zu erhoffen.

1) Allerdings nur in einem durch die unkontrollierbaren Vorgänge der Anregung in der Geißlerröhre getrübten Falle (Diss. Lund. 1918).

1) Ann. d. Phys. **32**, 549, 1910.

2) Die mit dem Kochschen registrierenden Mikrophotometer von den Angererschen Originalen gewonnenen Aufnahmen sind mir in liebenswürdiger Weise durch Herrn Prof. Wagner aus dem Münchener Physikalischen Institut zur Verfügung gestellt. Die Fig. 2 gibt einen Ausschnitt aus der zweiten positiven Gruppe des Stickstoffs wieder, deren Triplettlinien man deutlich erkennt. Der Vergleich zwischen den Aufnahmen bei hoher und tiefer Temperatur erscheint allerdings durch hier nicht zu erörternde Nebenumstände getrübt.

Chr. Füchtbauer u. G. Joos (Tübingen), Die Verbreiterung der Quecksilberlinie 2537 durch Gase von verschiedener Dichte.

Die Verbreiterung von Spektrallinien durch die Gasdichte wurde zuerst von H. A. Lorentz folgendermaßen erklärt: Die Wellenzüge der praktisch ungedämpften Schwingung werden von Zeit zu Zeit durch Zusammenstöße des emittierenden oder absorbierenden Moleküls mit den umgebenden Gasmolekülen abgebrochen. Ein solcher an sich monochromatischer, aber endlicher Wellenzug ist äquivalent einem unendlich langen Wellenzug von endlicher Spektralbreite. Lorentz behandelte nur Fälle, in denen das leuchtende oder absorbierende Gas selbst die Verbreiterung bewirkt. Füchtbauer und Schell[1]) erreichten praktische und theoretische Vorteile, indem sie die Absorptionslinien durch ein fremdes nicht absorbierendes Gas verbreiterten. Füchtbauer und Hofmann[2]) zeigten durch Messungen an durch Stickstoff verbreiterten Alkalimetallinien,

1) Diese Zeitschr. **14**, 1164, 1913; Verh. d. Deutsch. Phys. Ges. **15**, 974, 1913.

2) Ann. d. Phys. **43**, 96, 1914.

daß sich die Zahl der Störungen aus der Verbreiterung erheblich größer berechnet als die Zahl der Zusammenstöße des Metallatoms mit Stickstoffmolekülen nach der kinetischen Gastheorie ist. Sie folgerten daraus schon damals, daß die Störung durch das elektrische Feld der Stickstoffmoleküle[1]) herbeigeführt sein müsse. Die Art der elektrischen Störung war damals noch unbekannt. Als dann Stark die elektrische Aufspaltung der Spektrallinien entdeckt hatte, vermutete er gleich in ihr die Ursache der Verbreiterung durch Gase. Eine genaue Theorie wurde im Anschluß an Debye durchgeführt von Holtsmark[2]), der das mittlere elektrische Feld der Moleküle berechnete, und die Verbreiterung als Starkeffekt dieser Molekularfelder auswertete. Nach dieser Theorie soll die Halbwertsbreite der $\frac{2}{3}$ten, der ersten oder der $\frac{1}{4}$ten Potenz der Dichte des verbreiternden Gases proportional sein, je nachdem dasselbe aus Ionen, Dipolen oder Quadrupolen (wie N_2 usw.) besteht. Doch gilt diese Theorie natürlich nur für Linien, welche einen Starkeffekt zeigen. Nun schien es uns von Interesse, auch die Verbreiterung einer Linie ohne Starkeffekt[3]) zu untersuchen. Hier dürfte wohl die von Füchtbauer l. c. vorgeschlagene Erklärung der Verbreiterung vorläufig am angemessensten sein, daß nämlich das Feld des vorbeifliegenden Moleküls die Schwingungen stört, d. h. mit anderen Worten, aus der Verbreiterung wird auf die Existenz einer Veränderung der Spektrallinien durch räumlich und zeitlich rasch wechselnde Felder geschlossen. Diese Erscheinung ist sonst noch nicht bekannt und ihre Theorie noch nicht entwickelt.

Wir wählten die nach Paschen und Gerlach auch bei empfindlichster Anordnung keinen Starkeffekt zeigende Linie 2537, die der unerregte Quecksilberdampf absorbiert, und untersuchten ihre Verbreiterung durch CO_2, N_2, H_2 von 10 bis 25 Atm. Druck.

Ferner wurde aus der Absorptionsmessung dieser Linie der Wert des „Wahrscheinlichkeitsfaktors" P berechnet im Sinn der Definition und Ableitung von Füchtbauer[4]). Dort wird der Absorptionsvorgang als Sprung des Elektrons von einer Bohrschen Bahn auf eine andre aufgefaßt und die Zahl der Sprünge, die der Zahl der vorhandenen Träger und der auffallenden Lichtintensität proportional ist, aus Absorptionsmessungen für verschiedene Linien berechnet. Der so definierte „Wahrscheinlichkeitsfaktor" P gibt an, wie oft in der Sekunde ein Träger (hier ein Atom) bei Bestrahlung mit der Intensität 1 des Lichtes der passenden Farbe einen solchen Elementarprozeß erleidet. Diese Auffassung ist stets anwendbar, ob nun bei der Rückkehr des Elektrons in eine stabilere Bahn wieder Licht ausgestrahlt wird, oder ob die Lichtenergie ganz oder teilweise in Wärme umgewandelt wird; was bei größerer Dichte wohl meist zutrifft.

Versuchsmethode.

Die Verbreiterung durch fremde Gase war wie früher so groß gewählt, daß die Dopplerbreite dagegen zu vernachlässigen war. Letztere ist bei dem schweren Hg-Atom besonders klein und beträgt bei unsern Temperaturen etwa 0,003 Å.-E., ist also völlig zu vernachlässigen neben den durch Druck erzeugten Breiten von 0,3 bis 1 Å.-E.

Da der für die Arbeit bestimmte Apparat nicht eintraf, wurde mit einem Hilgerschen Quarzspektrographen gearbeitet. Für seine Überlassung aus dem Physikalischen Institut der Technischen Hochschule Stuttgart sind wir Herrn Dr. Glocker und Herrn Professor Dr. Regener zu größtem Dank verpflichtet. Die Dispersion bei 2537 betrug nur 1 Å.-E. = 0,1 mm. Deshalb hatte es keinen Zweck, Absorptionskurven aufzunehmen. Vielmehr werden die am besten meßbaren Absorptionskoeffizienten an der Stelle des Maximums der Absorption verglichen. Sie sind nach allen bisherigen Theorien umgekehrt proportional den Halbwertsbreiten, wenn die Breite durch fremdes Gas geändert wird bei konstant gehaltener Zahl der Elementarprozesse bzw. der absorbierenden Träger. Ob diese umgekehrte Proportionalität wirklich genau erfüllt ist, wird noch durch genaue Aufnahme von Absorptionskurven festzustellen sein, sehr angenähert wird sie wohl gelten und unsere bisher vorliegenden Versuche sind damit verträglich. Jedenfalls ist in Fällen, wo man die Zahl der absorbierenden Atome (hier den Dampfdruck des Hg) kennt, der Absorptionskoeffizient an der Stelle des Maximums (im folgenden mit $n\varkappa$ bezeichnet) ein ebenso geeignetes Maß der Verbreiterung wie die Halbwertsbreite ν'. Wir prüfen also die Theorie durch Bestimmung des Verhältnisses $\frac{(n\varkappa)_1}{(n\varkappa)_2}$ (welches vermutlich $= \frac{\nu_2'}{\nu_1'}$ ist). Dabei bezeichnen die Indizes 1 und 2 die Werte der betreffenden Größen bei gleichem Dampfdruck des Hg, aber verschiedenen Drucken P_1 und P_2 des fremden Gases. p und p^* be-

1) Füchtbauer u. Hofmann, l. c.

2) Holtsmark, Ann. d. Phys. **58**, 577, 1919.

3) Die von Füchtbauer mit dem Stufengitter untersuchten Bandenlinien (Feststellung der Verbreiterung von Jod und Brom durch Stickstoff von Atmosphärendruck) gehören wohl auch hierher.

4) Chr. Füchtbauer, diese Zeitschr. **21**, 322, 1920.

zeichnen dagegen die verschiedenen Dampfdrucke des Quecksilbers bei den absoluten Temperaturen T und T^*. Da auf alle Fälle $n\varkappa$ der Zahl der absorbierenden Atome, also dem Dampfdruck, proportional sein muß, gilt für die zum Dampfdruck p bzw. p^* bei gleichem Gasdruck gehörenden $n\varkappa$ bzw. $(n\varkappa)^*$

$$\frac{n\varkappa}{(n\varkappa)^*} = \frac{p}{p^*}. \qquad (1)$$

Ferner ist bei gleichem Hg-Dampfdruck, aber verschiedenen Gasdrucken P_1 und P_2 der durch die Absorptionsröhre l durchgelassene Bruchteil des einfallenden Lichtes

$$\text{bei } P_1: \quad q_1 = e^{-\frac{4\pi^2 l}{c_0}(n\varkappa)_1},$$

$$\text{bei } P_2: \quad q_2 = e^{-\frac{4\pi^2 l}{c_0}(n\varkappa)_2}.$$

Da die durchstrahlte Schichtdicke l immer die nämliche war, ist

$$\frac{(n\varkappa)_1}{(n\varkappa)_2} = \frac{\log q_1}{\log q_2}. \qquad (2)$$

Dabei ist beidemal der Dampfdruck des Hg der nämliche. Ist nun bei P_1 der Dampfdruck p^*, bei P_2 dagegen p, so wird

$$\frac{(n\varkappa)_1}{(n\varkappa)_1^*} = \frac{p}{p^*}. \qquad (3)$$

Ist q_1^* der beim Dampfdruck p^* und beim Gasdruck P_1 durchgelassene Bruchteil des Lichtes, so ist

$$\frac{(n\varkappa)_1^*}{(n\varkappa)_2} = \frac{\log q_1^*}{\log q_2} \qquad (4)$$

und wegen (3)

$$\frac{(n\varkappa)_1}{(n\varkappa)_2} = \frac{p}{p^*}\,\frac{\log q_1^*}{\log q_2}. \qquad (5)$$

So gewinnen wir also das gesuchte Verhältnis $\frac{(n\varkappa)_1}{(n\varkappa)_2}$ der Maximalabsorptionskoeffizienten bei gleichem Dampfdruck aber verschiedenem Gasdruck P_1 und P_2. Richtet man jetzt den Dampfdruck p^* durch Wahl der Temperatur T^* so ein, daß $q_1^* = q_2$, also gleiche Maximalabsorption bei den 2 verschiedenen Gasdrucken, so wird

$$\frac{(n\varkappa)_1}{(n\varkappa)_2} = \frac{p}{p^*}. \qquad (6)$$

Das dem durchgelassenen Bruchteil q_2 gleiche q_1^* läßt sich nun durch Interpolation zwischen Aufnahmen bei verschiedener Temperatur finden. Dabei wird (in einem Bereich von 12^0) die unbedingt zulässige Voraussetzung benutzt, daß die Absorption eines Atoms von der Temperatur unabhängig ist, daß also die Temperatur nicht anders als durch Änderung des Dampfdruckes (der Atomzahl) wirkt. — Gleiche Maximalabsorption der verschiedenen Linien wäre am einfachsten dann festzustellen, wenn der kontinuierliche Grund, d. h. das Spektrum der Lichtquelle in der Nähe der Absorptionslinie, bei den zu vergleichenden Aufnahmen gleich stark wäre. Da dies nur annähernd zu erreichen ist, verfuhren wir folgendermaßen: Man belichtet stets so, daß man sich im Gebiet der „normalen Schwärzung" befindet. In diesem Fall ist die in Millimeter-Keillänge des Hartmannschen Photometers gemessene Schwärzung proportional dem log der Intensität des bei der Aufnahme einfallenden Lichtes. Dann muß längs der ganzen Linie auch in etwas verschieden belichteten Zonen die Differenz der Schwärzung der Linie (an der Stelle der größten Absorption) und des Grundes (in gerade genügender Entfernung von der Linie) die nämliche sein, weil das Verhältnis der Intensitäten dasselbe ist (nämlich gleich dem durchgelassenen Bruchteil q). Der Beweis, daß die Aufnahmen in diesem Schwärzungsbereich lagen, wurde auf zwei Wegen erbracht: 1. wurden auf eine Platte der nämlichen Sorte (und Entwicklungmethode) Intensitätsmarken gedruckt, wobei die Intensität durch Blenden meßbar verändert wurde. Die im benutzten Bereich liegenden Schwärzungen folgten dem Logarithmusgesetz; 2. ergaben sich die Schwankungen der Differenz Linie—Grund für Stellen (längs der Linie) mit verschiedenem Grund nicht größer als für Stellen mit gleichem Grund. Deshalb konnten zur Ausschaltung kleiner Plattenfehler Mittelwerte der gesuchten Schwärzungsdifferenz gebildet werden aus vielen Messungen an verschiedenen Stellen längs der Linie. Da jedoch nur Platten verwendet wurden, bei denen der kontinuierliche Grund der verschiedenen Aufnahmen nur sehr wenig verschieden war, ist das Logarithmusgesetz nur in einem sehr kleinen Bereich verwendet, was sicher unbedeutend ist. Ferner ist stets sehr angenähert $q_1^* = q_2$ bei einem Paar von Aufnahmen erfüllt, so daß Formel (5) nur für die sehr kleine Abweichung vom Fall der einfachen Formel (6) herangezogen wird.

Versuchsanordnung.

Die Lichtquelle wurde durch eine in der Entfernung der doppelten Brennweite aufgestellte Linse von 11 cm Brennweite in der Mitte des Absorptionsrohrs abgebildet und dann durch eine Quarzlinse von 9 cm Brennweite auf den Spalt des Spektrographen. Dieser hatte ein Cornuprisma von 65 mm Basislänge und 41 mm Höhe, während die Quarzobjektive 56 cm Brennweite für λ 3537 haben.

Als Lichtquelle diente der Kadmiumfunke in Luft. Ein Wechselstrom wurde durch einen Transformator auf hohe Spannung gebracht

wodurch eine Batterie von 3 Leidener Flaschen aufgeladen wurde, die sich (ohne Selbstinduktionsspule) durch die Funkenstrecke von etwa 2 mm Länge entlud. Dieser Funke hat an der gewünschten Stelle ein vielleicht durch Verbreiterung von Bandenlinien erzeugtes ziemlich helles kontinuierliches Spektrum ohne störende Linien.

Die Absorptionsröhre war ein Eisenrohr von 82 mm Länge und 8 mm lichter Weite, verschlossen mit durch Überfangmuttern aufgepreßten Quarzplatten. Auf der Innenseite der Quarzplatte wurde die Dichtung durch einen Gummiring, außen durch einen Lederring bewirkt. An die Röhre war die Druckleitung angelötet, die zur Gasbombe, zum Manometer und zum Auslaßventil führte. Zur Herstellung eines bestimmten Dampfdruckes des Hg wurde die Absorptionsröhre in einen Blechtrog mit Wasser gebracht, das auf konstanter Temperatur gehalten wurde. Bei Gegenwart eines großen Hg-Tropfens dauerte die Sättigung zu lang. Deshalb wurde in der Röhre auf folgende Weise ein Beschlag von kleinen Quecksilbertröpfchen erzeugt. Ein kleines Glasröhrchen, mit Hg gefüllt, wurde mit einer Heizspirale umwickelt. Diese Vorrichtung wurde in die senkrecht gehaltene offene Röhre eingeführt, welche sich beim Durchleiten eines Stromes durch die Spirale mit einem Beschlag von kleinsten Tröpfchen bedeckte. Bei der so behandelten Röhre zeigte sich dann kein Unterschied der Absorption mehr, ob die Sättigung nur 5 Minuten oder $4^1/_2$ Stunden gedauert hatte.

Korrektionen.

Da das Verfahren auf der genauen Kenntnis des Dampfdruckes beruht, ist zu untersuchen, welche Korrektionen am gewöhnlichen Dampfdruck anzubringen sind, 1. wegen der Tröpfchenform des Hg, 2. wegen des Druckes des fremden Gases.

1. Ist δ die Dichte des Dampfes, D die der Flüssigkeit, a die Kapillarkonstante, R der Radius des Tröpfchens, p_1 der Dampfdruck über demselben, p der Dampfdruck über einer ebenen Fläche, so lautet die Thomsonsche Formel

$$p_1 - p = \frac{2\delta a}{D-\delta}\cdot\frac{1}{R}$$

und wegen $\delta \ll D$

$$p_1 - p = \frac{2\delta a}{DR}.$$

Für Hg bei 20^0 ist

$$p = 0{,}0011 \text{ mm} = 1{,}5 \text{ Dyn/qcm}.$$

$$D = 13{,}6;\quad a = 50 \text{ mg/mm} = \frac{500\cdot 981}{1000} \text{ Dyn/cm}.$$

Für einen Tröpfchenradius von $^1/_{1000}$ mm würde

$$p_1 - p = 0{,}1 \text{ Dyn qcm},$$

$$\frac{p_1 - p}{p} = \frac{0{,}01}{1{,}5} < \frac{1}{100}.$$

Da die Tröpfchen jedenfalls größer sind, bleibt diese Korrektion weit unter der Fehlergrenze.

2. Ist P der neben p große fremde Gasdruck, v_2 das Volumen eines Mols der Flüssigkeit, v_1 das des Gases, so ist die Änderung dp des Dampfdruckes p gegeben durch

$$dp = \frac{v_2}{v_1} P.$$

Für das Gas ist $pv_1 = RT$. Also

$$\frac{dp}{p} = \frac{v_2}{RT} P.$$

Nun ist für Hg: $v_2 = \frac{200}{13{,}6}$; $R = 8{,}31 \cdot 10^7$; $T = 300^0$; $P = 25$ bzw. 10 Atm. 1 Atm. nahe 10^6 Dyn/qcm. Also

$$\frac{dp}{p} = 0{,}015$$

für 25 Atm. Demnach beträgt die Korrektion für 25 Atm. 1,5 Proz. und für 10 Atm. 0,6 Proz. Um soviel sind die Dampfdrucke des gedrückten Hg größer als die des nur unter seinem Dampfdruck stehenden Hg. Bringt man diese Korrektur an, so ergeben sich die Logarithmen der Dampfdrucke des Hg nach Knudsen[1]) bei

	$P = 0$	$P = 10$ Atm.	$P = 25$ Atm.
10^0	6,6856 − 10	6,6882	6,6925
20^0	7,0759	7,0785	7,0824
30^0	7,4401	7,4421	7,4466
40^0	7,7805	7,7831	7,7765

3. Auflösung des Spektrographen. Die Breite der schärfsten Emissionslinien (Luftbanden im Aluminiumfunken) war etwa 0,02 mm. Bei idealer Schärfe wäre das bei der vorhandenen Schiefstellung der Platte etwa die Breite des Bildes eines Spaltes von 0,01 mm. Daher wurde der Spalt 0,005 bis 0,01 mm weit gemacht.

Den Einfluß der endlichen Breite (0,02 mm) einer ideal scharfen Linie auf unser Resultat können wir diskutieren nach der von Voigt[2]) für den Einfluß der Spaltbreite auf die Intensitätsverteilung abgeleiteten Formel. Ist I die gesuchte Intensität bei unendlich schmalem Spaltbild, W die an der Stelle x der Platte tatsächlich wirkende Intensität, 2δ die Breite des Spaltbildes am Plattenort, so ist

$$I = W - \frac{1}{6}\delta^2 \frac{d^2W}{dx^2}.$$

1) Knudsen, Ann. d. Phys. **20**, 184, 1909.
2) Voigt, diese Zeitschr. **14**, 375, 1913.

An der Stelle des Maximums ist

$$\frac{d^2W}{dx^2} = \frac{1}{\varrho},$$

wo ϱ der Krümmungsradius der Kurve $W = f(x)$ ist. Da keine Intensitätskurve aufgenommen wurde, kann man die Korrektur nicht genau berechnen. Um einen Anhalt über die Größe zu gewinnen, wurde auf Grund des Drudeschen Verlaufs der Absorptionskurve eine Intensitätskurve gezeichnet, die ungefähr den Linien der Aufnahmen bei CO_2 von 25 Atm. entspricht. (Absorption auf 0,3 der einfallenden Intensität, ganze Breite unter dem Komparator gemessen 0,12 mm. Dann kann man ϱ abmessen und findet die Korrektur zu 5,5 Proz. Bei 10 Atm. ist die Breite noch etwas kleiner, der Fehler also etwas größer. Aber der prozentische Fehler des Quotienten ist kleiner. Wir rechnen infolge dieses Umstandes bei CO_2 mit einem Fehler von etwa 10 Proz.

Ausführung der Versuche.

Auf die nämliche Platte wurden eine Aufnahme bei 25 Atm. Gasdruck und passendem Dampfdruck gemacht, sowie 3 Aufnahmen bei 10 Atm. und verschiedenen Dampfdrucken. Diese waren so gewählt, daß die Absorption der Aufnahme bei 25 Atm. zwischen jener der Aufnahmen bei 10 Atm. lag. So konnte die Aufnahme mit gleicher Absorption ausgesucht bzw. durch Interpolation gefunden werden. Die Ergebnisse gibt die folgenden Tabelle. Setzen wir das Verhältnis der Maximalabsorptionen

$$\frac{(nz)_1}{(nz)_2} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^x,$$

wo P den Gasdruck bedeutet, so ist der Exponent x zu bestimmen.

Wie man sieht, stimmen die Exponenten gut überein. Bei Kohlensäure ist der Exponent innerhalb der Fehlergrenzen 1, d. h. nz ist bei festgehaltenem Dampfdruck der Dichte des verbreiternden Gases umgekehrt proportional[1]). Die Linie hat hier eine zur Messung genügende Breite; deshalb dürfte das Ergebnis, daß hier die Verbreiterung der Dichte proportional ist, zuverlässig sein.

Dagegen sind die Linien bei Verbreiterung durch Stickstoff und Wasserssoff so schmal, daß trotz der guten Übereinstimmung der Werte

Aufnahme Nr.	Gas	Druck kg/qcm	Temp. Celsiusgrad	log des Dampfdrucks des Hg	Schwärzungsdifferenz	Verhältnis der Dampfdrucke	Exponent
14	CO_2	25	32,0	7,512—10	3,9	2,71	1,1
		10	25,0	7,260	4,7		
		10	20,0	7,078	3,9		
		10	15,0	6,880	2,5		
16	CO_2	25	31,5	7,496	3,1	2,55	1,0
		10	25,0	7,260	4,4		
		10	20,2	7,082	3,05		
19	N_2	25	30,0	7,446	5,8	1,59	0,50
		10	26,0	7,297	6,2		
		10	22,3	7,160	5,1		
		10	16,8	6,950	2,0		
20	N_2	25	30,5	7,460	4,95	1,53	0,47
		10	25	7,260	4,8		
		10	21	7,111	3,5		
		10	15,8	6,910	2,0		
25	H_2	25	35,1	7,619	6,7	1,43	0,39
		10	31,2	7,488	6,9		
		10	25,0	7,259	4,9		
		10	18,7	7,023	3,5		
26	H_2	25	35,2	7,622	6,7	1,44	0,40
		10	30,5	7,463	6,7		
		10	25,0	7,259	4,8		
		10	18,2	7,005	3,4		

unter sich der von der ungenügenden Auflösung des Apparates herrührende konstante Fehler nicht unbedeutend sein wird. Dieser Einfluß macht sich natürlich bei der weniger verbreiterten Linie mit kleinem Druck mehr bemerkbar und läßt deshalb den Exponenten zu klein erscheinen, doch glauben wir, daß durch diese Versuche ein Exponent > 1 ausgeschlossen ist. Die (hier jedoch nicht anwendbare) Holtsmarksche Theorie fordert einen solchen für Quadrupole. Erwähnt sei hier, daß sowohl die alten Angaben von Füchtbauer und Hofmann wie auch eine durch Herrn Hofmann vorgenommene neue Berechnung bisher nicht veröffentlichter Aufnahmen der eben erwähnten Arbeit zeigen, daß der Exponent bei der blauen Cäsiumlinie ≤ 1 ist. Auch hier müssen wir also noch eine andere Ursache der Verbreiterung als den gewöhnlichen Starkeffekt annehmen, wenn wir die Theorie von Holtsmark als richtig ansehen.

Als Ursache der Verbreiterung wird man, insbesondere in den Fällen, wo wie bei 2537 gar kein Starkeffekt beobachtet ist, die eingangs vorgeschlagene Erklärung vielleicht annehmbar finden, daß das Feld der vorbeifliegenden Moleküle die Störung bedingt, d. h. also eine bisher nicht bekannte Wirkung sehr schnell variierender Feldstärke. Auch sonst dürfte diese Wirkung sich oft über die vom Starkeffekt herrührende lagern und zu weniger einfachem Verhalten führen.

1) Bei Kohlensäure sollte, da sie Dipole hat, auch nach Holtsmarks Theorie der Exponent 1 sein, doch ist eben diese auf dem Starkeffekt fußende Theorie hier nicht anwendbar, da unsre Linie keinen meßbaren Starkeffekt hat.

Angenäherte Berechnung des Wahrscheinlichkeitsfaktors.

Wir können die Halbwertsbreite unsrer *Hg*-Linie zwar nicht berechnen, da wir keine Absorptionskurven aufgenommen haben, aber ziemlich genau schätzen aus der unter dem Komparator gemessenen Breite von normal absorbierten Linien. Wir erhalten so für eine Aufnahme mit Kohlensäure von 25 Atm. für unsere 82 mm lange Röhre: $n\varkappa = 1{,}75 \cdot 10^{-7}$; Halbwertsbreite $\nu' = 3 \cdot 10^{12}$, also kleiner als bei Cäsium mit Stickstoff von 25 Atm., wo $\nu' = 8{,}4 \cdot 10^{12}$ gefunden war. Aus dem Quecksilberdampfdruck berechnet sich die Atomzahl $N = 1{,}06 \cdot 10^{14}$, und somit der Wahrscheinlichkeitsfaktor $P = 8 \cdot 10^{7}$, also so groß wie für die blaue Cäsiumlinie, und somit bedeutend kleiner als für die ersten Linien der Alkalihauptserien, für welche nach der erwähnten Arbeit[1]) P die Größenanordnung 10^{9} hat.

Die Arbeit ist im Physikalischen Institut der Universität Tübingen ausgeführt. Für Überlassung der Mittel des Instituts sind wir Herrn Professor Paschen zu großem Dank verpflichtet.

Diskussion.

Debye: Eine Anwendung der Holtsmarkschen Rechnung auf diesen Fall scheint mir nicht gut möglich, da die Linie 2537 nach Paschen keinen Stark-Effekt zeigt. Man muß hier wohl nach weiteren Gründen für die Verbreiterung suchen.

W. Wien: Ich meine, daß dann wieder die alte Lorentzsche Theorie eintritt. Die Möglichkeit, die Lorentzsche Theorie einzuführen, bleibt doch bestehen.

Debye: Dagegen möchte ich mich doch aussprechen.

W. Wien: Man weiß doch zu wenig, wodurch die Störung eintritt.

Debye: Die Lorentzsche Theorie verlangt, daß eine Beschleunigung durch Stoß möglich ist. Das führt zu unmöglichen Werten der spezifischen Wärme.

W. Wien: Es kommt nur darauf an, daß die Lichtemission durch den Stoß unterbrochen wird. Diese Möglichkeit wird man wohl kaum bestreiten können.

Füchtbauer: Ich habe an eine Störung gedacht durch das elektromagnetische Feld der vorbeifliegenden Moleküle.

Bohumil Jirotka (Berlin), Eine besondere Strahlenart und ihre Messung.

Der Vortragende beschreibt einen Apparat, mit dem es seiner Ansicht nach und auf Grund von Versuchen möglich ist, eine auf Rutengänger wirkende Strahlung objektiv nachzuweisen.

1) Chr. Füchtbauer, diese Zeitschr. **21**, 322, 1920.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Elektrische Kontakte. II.

Kontaktelektrizität, Gleichrichterwirkung.

Von Hermann Rohmann.

In dieser Zeitschrift **21**, 417, 1920 habe ich vor einiger Zeit ein Mikrometer für millionstel Millimeter beschrieben und habe über eine damit ausgeführte Untersuchung über das Entstehen des Stromes zwischen Metallelektroden berichtet. Inzwischen habe ich die Kontakterscheinungen weiter verfolgt, nachdem ich mir ein für den Zweck genügend empfindliches Elektrometer hergestellt hatte.

Dabei bin ich ausgegangen von der Frage nach der Natur der oberflächlichen Schicht, welche die Mikrophon- usw.-Wirkung hervorbringt. Von ihr hatte ich aus einigen Gründen geglaubt annehmen zu können, daß sie identisch sei mit der Haut kondensierten Wasserdampfes, die vielfach auf den Oberflächen fester Körper konstatiert ist und deren Dicke in der gleichen Größenordnung wie die gefundene „Kontaktdistanz" angegeben wird. Danach hätte man zwischen zwei verschiedenen einander entsprechend genäherten Metallen eine E.M.K. zu erwarten von der Größenordnung derjenigen, die bei einem galvanischen Element auftritt, das aus denselben Metallen und Wasser gebildet ist. Mit einem Galvanometer von 10^{-8} Amp./Sktl. habe ich aber bei verschiedenartigen Kontakten vergeblich versucht den Strom nachzuweisen, der einer solchen E.M.K. entsprechen würde. Er war sicher nicht vorhanden, wenn die Metallelektroden einander so stark

genähert waren, daß eine fremde E.M.K. von der betreffenden Größenordnung einen gut meßbaren Strom lieferte. Das schien mir zunächst nicht unbedingt gegen die obige Annahme zu sprechen, da in den sehr dünnen, molekularen Dimensionen sich nähernden Schichten die Art der elektrolytischen Leitung verändert sein könnte, etwa elektrische Ladungen ohne Massentransport überspringen könnten. Außerdem ist der Einfluß der Polarisation nicht ohne weiteres zu übersehen. Wenn die Elektroden weit voneinander entfernt wurden, so war der Widerstand des Kontaktes zu groß, um noch eine sichere Entscheidung zuzulassen.

1. Kontaktelektrizität. Nach Beschaffung eines Elektrometers ließ sich nun die gesuchte E.M.K. ohne weiteres nachweisen. Es zeigt sich aber, um das Resultat gleich vorweg zu nehmen, daß sie merklich ist nur dann, wenn die Elektrodenentfernung größer ist als die früher definierte Kontaktdistanz. Wie schon früher angegeben, ändert sich der Widerstand bei derjenigen Entfernung, in der der Strom eben merklich wird, plötzlich. Die Dicke der spannungliefernden Kontaktschicht ergibt sich für Metalle in Zimmerluft in der Größenordnung von 10 bis 100 $\mu\mu$, variiert aber z. B. durch Anhauchen und auch ohne beabsichtigte Einwirkung stark.

Danach muß man also an der Oberfläche der Leiter zwei voneinander verschiedene Schichten annehmen: eine äußere, in der die Kontakt-E.M.K. wirksam ist, die daher aus einem Elektrolyten besteht, ferner eine innere Schicht, welche die Mikrophonwirkung verursacht. Für diese letztere ist elektrolytische Leitung sehr unwahrscheinlich, in ihr verhält sich jedenfalls die Berührung schon wie eine „metallische". Ein Übergang zwischen den beiden Schichten ist nicht nachweisbar, die E.M.K. sinkt meist innerhalb von 1 $\mu\mu$, also innerhalb der Genauigkeit des benutzten Mikrometermodells auf Null. Vielleicht kann man sich danach und nach den Resultaten der ersten Arbeit die Mikrophonschicht bestehend denken aus zahlreichen, elastisch biegsamen Hervorragungen der Metalloberfläche, etwa nach Art einer Bürste. Auch diese Schicht ändert beim Liegen an der Luft ihre Dicke, wenn auch weit weniger und weit langsamer als die Kontaktschicht, woraus man schließen könnte, daß bei Oxydation usw. sich die Länge der Härchen ändert.

Zum Nachweis der Kontakt-E.M.K. habe ich den früher beschriebenen Apparat im wesentlichen unverändert benutzt, es wurde nur die „feste" Elektrode gegen ihre durch Mikrometerschraube einstellbare Befestigung durch ein Bernsteinzwischenstück isoliert. Für eine Anzahl von Versuchen wurde die „feste" Elektrode an der in Fig. 1 skizzierten Vorrichtung befestigt, so daß ihre Einstellung leichter und feiner veränderlich war als vorher. Eine Umdrehung der Mikrometerschraube um 1 Skalenteil bewirkte eine Verschiebung der Elektrode um ca. 200 $\mu\mu$. Eine gewisse vergrößerte Empfindlichkeit gegen Erschütterungen muß dabei in Kauf genommen werden und für genauere Versuche wurde die alte Vorrichtung mit festklemmbarer Elektrode verwandt.

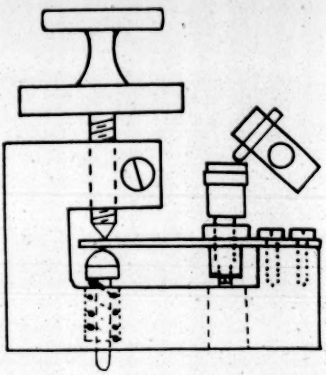


Fig. 1.

Die isolierte Elektrode war nach Fig. 2 mit dem einen Quadrantenpaar des Elektrometers verbunden, die zweite Elektrode konnte durch Abzweigen von einem Akkumulator auf ein bestimmtes Potential E gebracht werden, bzw. es konnte mit Hilfe dieser E.M.K. ein äußerer Strom durch den Kontakt geschickt werden. Durch den Schlüssel S wurde die isolierte Elektrode geerdet, bzw. der Stromkreis geschlossen. In die Leitung war nach Bedarf ein Galvanometer G mit Vorschaltwiderstand von 10000 Ohm eingeschaltet.

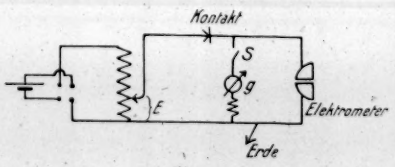


Fig. 2.

Das Elektrometer gab für 1 Volt ca. 100 mm Ausschlag, abgelesen mit Lichtzeiger auf einer Skala, die der beschränkten Verhältnisse des Arbeitsraums wegen in nur 15 cm Entfernung

vom Spiegel angebracht war. Die Einstelldauer des Elektrometers war ca. 2 sec. Seine Kapazität betrug ca. 20 cm, sie konnte durch einen parallelgeschalteten verschiebbaren Plattenkondensator auf ca. 300 cm gebracht werden.

Für einen Eisen-Platinkontakt mit sorgfältig polierten Flächen (*Pt*-Platte am isolierten Quadrantenpaar, *Fe*-Zylinder von 2 mm Durchmesser mit halbkugelig geschliffenem Ende) wurde beispielsweise folgendes beobachtet.

Die Elektrodenentfernung wurde zunächst bei geschlossenem Schlüssel *S* so eingestellt, daß für eine äußere E.M.K. *E* von 0,3 Volt der Strom im Galvanometer eben verschwunden war. Öffnete man dann nach dem Ausschalten des Akkumulators den Schlüssel *S*, so lud sich die Platinplatte und der mit ihr verbundene Elektrometerquadrant auf ein positives Potential von ca. 0,2 (0,1 bis 0,3) Volt auf. Wenn durch zeitweiliges Schließen des Schlüssels entladen wurde, so stellte sich die Aufladung immer wieder her, auch dann, wenn die Kapazität durch den Plattenkondensator vergrößert war. Die Aufladungsgeschwindigkeit lag dabei innerhalb der Einstellgeschwindigkeit des Elektrometers und läßt auf einen Widerstand von der Größenordnung 10^9 bis 10^{10} Ohm schließen. Wird die Elektrodenentfernung vergrößert, so wird die Aufladung langsamer. Bei schnell hintereinanderfolgenden Versuchen ist eine Gesetzmäßigkeit in der Abnahme der Leitfähigkeit unverkennbar. Für den in freier Luft befindlichen Kontakt lassen sich aber die Werte bei Versuchsreihen, die einige Zeit auseinanderliegen, kaum exakt reproduzieren. Die Dicke der Kontaktschicht, gemessen bis zu einer Aufladungszeit von 1 Min. pro 0,1 Volt ergibt sich zwischen 10 und einigen 100 $\mu\mu$. Dabei ist zu bemerken, daß namentlich bei größerer Schichtdicke der Widerstand sich mitunter nicht stetig vergrößert, sondern plötzlich einen Sprung erleidet. Auch die Werte für die erreichte Aufladung sind nicht exakt konstant und schwanken bei zeitlich auseinanderliegenden Versuchen sowohl bei direkter Beobachtung, wie bei Kompensation durch die äußere E.M.K. *E*. Die relativ größten und konstantesten Werte erhielt ich, wenn ich durch einen kleinen Akkumulator die Platinplatte auf + 2 Volt auflud und diese Ladung dann abfallen ließ. Bei Aufladung auf − 2 Volt werden die Aufladungen unter Umständen bis zu 0,2 Volt kleiner, wohl infolge der Polarisation beim Durchgang größerer Elektrizitätsmengen.

Haucht man gegen den Kontakt[1]), so wird die Dicke der spannungsliefernden Schicht enorm vergrößert, bis zu vielen μ; man beobachtet dann, wie im Verlauf von etwa einer Viertelstunde die Schicht dünner wird und wieder auf einige 10 bis 100 $\mu\mu$ zurückgeht; gänzlich verschwindet sie nach meinen Beobachtungen nie, aber es wird auch bei diesem Verdunsten keine bestimmte reproduzierbare Grenzdicke erreicht (in freier Luft). Immerhin liegt aber wohl darin der bündigste Beweis dafür, daß die bleibende Schicht wirklich eine Wasser- oder Wasserdampfhaut ist.

Auch bei den übrigen untersuchten Metallen *Zn*, *Ag*, *Cu*, *Ni*, *Mg* (und Kupferkies) fand ich die Erscheinung nicht wesentlich definierter. Der Sinn der Kontakt-E.M.K. ergab sich immer richtig, ihre Größe meist etwas kleiner als sie bei ganz dicker Wasserschicht gefunden wurde. Polarisation nach Stromdurchgang war öfter nachweisbar.

Zuweilen ist kurz nach dem Zusammensetzen eines frisch polierten Kontaktes eine E.M.K. nicht aufzufinden, auch mit äußerer E.M.K. ist dann keine schwach leitende Schicht festzustellen. Nach einigem Stehen tritt sie auf, schneller beim Behauchen oder wenn Wasser in die Nähe gebracht wird. Auch F. Rother hat bei seinen Versuchen (Ann. d. Phys. (4) **44**, 1238, 1914) ähnliches beobachtet, wenn die Metallstücke mit Zinnasche poliert waren. Ich habe zum Polieren Diamantine verwandt, habe auch nach dem Rotherschen Rezept langes Polieren auf reinem (?) Leder versucht, könnte aber nicht sagen, was regelmäßigere Resultate liefert. Jedenfalls war mitunter nach dem Polieren und Zusammensetzen die leitende Schicht da, auch wenn sorgfältig vermieden wurde, die Hände in die Nähe der Elektroden zu bringen oder gegen sie zu atmen. Übrigens nehmen die polierten Flächen nur selten so gleichmäßig Wasser an, wie es ein in kaustischen Flüssigkeiten entfettetes Metall tut.

Es liegt der Gedanke nahe, daß auch die von Rother beobachtete Leitfähigkeit in Wasser oder Wasserdampfschichten ihre Erklärung findet und daß das von ihm geübte Evakuieren den Erfolg hat, eine gleichmäßige Schicht auszubilden. Nach der sehr schönen Übereinstimmung seiner Zahlen dürfte man erwarten, auf diese Weise konstantere Werte zu erzielen, zum mindesten bei chemisch wenig angreifbaren Metallen. Der Nachweis einer vom Wasserdampf unabhängigen Elektronenleitung wird aber noch zu erbringen sein.

Mit einem Galvanometer von 10^{-8} Amp./Sktl. konnte ich bei meinen Kontakten mit kleiner Berührungsfläche Strom vermöge der Kontakt-E.M.K. nachweisen nur, wenn die Wasserschicht

1) Durch Erwärmung und Ausdehnung des bernsteinisolierten Kontaktstückes entstehen dabei größere Nullpunktsänderungen des Mikrometers, die natürlich berücksichtigt wurden.

ganz extrem dick gemacht wurde. Nach den Widerständen, die man aus den Elektrometerbeobachtungen erhält, ist aber ein solcher Nachweis wohl nur eine Frage der Empfindlichkeit des Instruments. J. Brown, dessen Originalarbeit in den Proc. Roy. Soc. mir nicht zugänglich ist, hat nach einem Referat in den Beibl. 11, 261, 1887 solche Ströme nachgewiesen unter Verwendung ebengeschliffener Metallplatten. Der Strom war nur vorhanden, wenn die Dampfschichten sich berührten. Die Regulierung muß bei den immerhin kleinen normalen Schichtdicken für Flächen recht schwer gewesen sein; Werte für die Schichtdicken sind nicht angeführt.

Wenn die oben geschilderten Versuche bei der Unbeständigkeit der Erscheinung auch noch nicht zu zahlenmäßig genauer Bearbeitung[1]) einladen, so scheinen sie mir doch hinreichend zu sein, um zweierlei zu beweisen. Erstens zeigen sie den Unterschied zwischen „Mikrophon"- und „Kontaktschicht". Andererseits geben sie, falls das überhaupt noch nötig ist, einen direkten Beweis für die jetzt wohl allgemein angenommene Ansicht über die Natur der Kontaktkraft beim Voltaschen Fundamentalversuch, indem sie den Sitz der E.M.K. bestimmen mit der Genauigkeit, die erreichbar ist, wenn der alte Versuch in gewöhnlicher Weise angestellt wird. Die mangelnde Definition haben beide Erscheinungsformen gemeinsam. Auch die Bestimmung der Kontaktkraft hat in ihren vielen Bearbeitungen kaum jemals zu exakten Zahlen geführt, verständlicherweise, da bei den geringen in Betracht kommenden Flüssigkeitsmengen alle, auch nur spurenweise lösbaren Verunreinigungen von starkem Einfluß sein müssen. Andererseits kam dem Fundamentalversuch, obgleich von ihm die Entwicklung der Elektrizitätslehre ausgegangen ist, größeres Interesse nur zu, solange die Dimensionen, in denen er vor sich geht, der Experimentiertechnik nicht erreichbar waren.

2. Gleichrichterwirkung. Einen interessanteren Fall der Veränderungen der Kontakterscheinungen durch „Verunreinigungen" habe ich an einem Platin-Silberkontakt gefunden, wenn für einige Zeit ein Jodkörnchen in die Nähe gebracht wurde, eventuell unter Behauchen.

In der elektrolytisch leitenden Schicht, die sich dann bildet, lädt sich Platin gegen Silber auf ca. 0,6 Volt positiv auf. Die Leitfähigkeit ist wie bei den „reinen" Wasserschichten so klein, daß am Galvanometer der Strom vermöge der inneren E.M.K. nicht nachweisbar wird. Legt man nun eine äußere E.M.K. von ca. 2 Volt an, derart, daß die beiden Kräfte sich entgegenwirken, so bleibt der Strom ebenfalls Null. Kommutiert man jetzt die äußere E.M.K., so entsteht entweder sofort oder nach einiger Zeit (je nach der Elektrodenentfernung) ein starker Strom, die Messung ergibt für den Kontaktwiderstand Werte von etwa 100 Ohm. Stellt man den ursprünglichen Sinn der äußeren E.M.K. wieder her, so verschwindet die Leitfähigkeit sofort, tritt beim Kommutieren wieder auf, der Vorgang läßt sich bei geeigneter Einregulierung beliebig oft und sicher wiederholen. Dabei kann die gegenwirkende E.M.K. auch größer als 2 Volt gemacht werden, die gleichwirkende, stromschließende dagegen auf 0,2 Volt herabgesetzt werden, so daß die Erscheinung sichtlich nicht abhängt vom Absolutwert der Spannungssumme.

Induziert man mit Hilfe eines Saitenunterbrechers von 400—1000 Unterbrechungen pro Sekunde eine Wechselspannung in eine Spule der Galvanometerleitung, so wird gleichgerichteter Strom geliefert (bei entsprechend scharfer Einregulierung in der Nähe der metallischen Berührung).

Da der Stromschluß bei größerer Elektrodenentfernung merkliche Zeit braucht, so liegt wohl ein elektrolytischer Vorgang zugrunde: etwa verschiedenartige Abscheidung des Silbers bei verschiedener Stromrichtung. Für diese Vermutung sprechen auch folgende Versuche mit dem Elektrometer:

1. Es wird zunächst eine entgegenwirkende E.M.K. E angelegt, so daß kein Strom merklich wird; dann wird E ausgeschaltet und der Schlüssel S geöffnet; das Elektrometer zeigt sofortige Aufladung entsprechend der Kontakt-E.M.K.

2. Es wird zunächst gleichwirkende E.M.K. angelegt (wobei Strom auftritt), wieder E ausgeschaltet und S geöffnet. Das Elektrometer bleibt zunächst auf Null, bei relativ großem Kontaktabstand lädt es sich nach einiger Zeit von selbst auf, bei kleinem bleibt es minutenlang auf Null, schlägt aber sofort aus, sobald man für einen Augenblick die entgegenwirkende E.M.K. anlegt. Dabei braucht der Schlüssel S nicht geschlossen zu sein, es genügt die zur Ladung der Elektrometerkapazität durchgehende Elektrizitätsmenge.

Die Form der Kontakte hat im Gegensatz zu der in der vorigen Arbeit beschriebenen Gleichrichterwirkung keinen Einfluß, der Versuch geht ebenso gut mit Platinspitze gegen Silberplatte wie mit vertauschten Formen.

Bei Einwirkung von Schwefelwasserstoff und

1) Anmerkung bei der Korrektur: Vielleicht lohnend im Hinblick auf die Ehrenhaftschen Bestimmungen des Elementarquantums.

bei anderen Metallen habe ich Andeutungen ähnlichen Verhaltens gefunden.

Nach Durchforschung des Verhaltens entsprechender Kontaktschichten werden sich vielleicht auch aus dieser Erscheinung „Erklärungen" der Braunschen Gleichrichterwirkung an halbleitenden Kristallen ergeben. Sicher ist, daß dies letztere Problem von recht komplizierter Art sein kann und daß es schwer ist, unter den Erklärungsmöglichkeiten eine Auswahl zu treffen.

Zusammenfassung.

Es wird beobachtet die aus der Wasserhaut auf Metallelektroden resultierende E.M.K. und daraus der Schluß gezogen, daß an der Oberfläche von Metallen zwei voneinander verschiedene schlechtleitende Schichten vorhanden sind, eine innere die Mikrophonerscheinungen bedingende und eine äußere, welche die E.M.K. des Voltaschen Fundamentalversuchs liefert.

Ein Platin-Silberkontakt mit durch Jod beeinflußter Kontakthaut gibt ausgesprochene Gleichrichterwirkungen (Widerstandsverhältnis $>10^6$).

Saarbrücken, 17. September 1920.

(Eingegangen 26. September 1920.)

Über die elastische Nachwirkung.

Von K. Bennewitz.

§ 1. Die Literatur ist reich an Theorien über die elastische Nachwirkung[1]); trotzdem scheint es aber an einem geeigneten Ausdruck zu fehlen, der einerseits die damit zusammenhängenden Erscheinungen in großen Zügen umfaßt, andererseits die für den praktischen Gebrauch nötige Einfachheit besitzt. Während die von W. Weber und F. Kohlrausch gegebenen Formeln nur Teilfragen behandeln, führen die Theorien von Boltzmann, Maxwell, Wiechert, Warburg und Reißner zu so verwickelten Ausdrücken, daß ihre Verwendung z. B. in der Technik auf Schwierigkeiten stößt. Der Grund hierfür scheint mir in der Fragestellung zu liegen, die gewöhnlich so lautet: Wie verhält sich ein elastischer Körper, wenn er eine gewisse Zeitlang einer konstanten Deformation unterworfen war, nach dieser Zeit? An Stelle dessen fragen wir zweckmäßiger: Wie verhält er sich, wenn er eine gewisse Zeitlang einer konstanten Kraft unterworfen war, während und nach dieser Zeit? Die erstere Fragestellung ging wohl daraus hervor, daß man experimentell die Torsion bevorzugte, bei der die Einstellung eines konstanten Winkels leichter zu erzielen ist, als die Einwirkung einer konstanten Kraft. Das in diesem Falle auftretende „Ermüdungsmoment", d. h. die zeitliche Abnahme der deformierenden Kraft scheint den Vorgang wesentlich zu verwickeln.

Wir wollen im folgenden nun festlegen:

1. Nicht die konstante Deformation, sondern die konstante deformierende Kraft soll als Ausgangspunkt gewählt werden.
2. Es sollen nur amorphe oder isotrope Körper betrachtet werden; ihnen zuzurechnen sind auch solche, die aus Kristalliten bestehen, wie die Metalle.
3. Wir beschränken uns auf den Fall vollkommener Nachwirkung, scheiden also Remanenz aus.

Im übrigen ist nicht die Aufstellung einer neuen Theorie beabsichtigt, sondern lediglich die eines möglichst einfachen und umfassenden empirischen Ausdrucks für die betreffenden Erscheinungen.

§ 2. Als Versuchsobjekt wurde ein horizontal an einem Ende eingespannter Glasfaden benutzt, dessen durch angehängte kleine Gewichte bewirkte Durchbiegung mit einem Okularmikrometer bestimmt wurde. Auf die Einzelheiten braucht hier kaum eingegangen zu werden: Dämpfung durch Flüssigkeit, Erschütterungsfreiheit und Temperaturkonstanz. Da die Gesamtverschiebung bei Belastung groß ist gegenüber dem eigentlichen Gange der Nachwirkung, wurde erstere gesondert durch ein Kathetometer gemessen. Die Ruhestellung (unbelastet) wurde nach einem Tage Wartens als erreicht betrachtet. Diese bildet immer den Ausgangspunkt für die Messung der Verschiebung; es erfolgt also keine gesonderte Betrachtung des „zeitlosen" und des „zeitlichen" Teils der Deformation, wie es viele Autoren getan haben.

I. Fundamentalversuch.

§ 3. Zur Zeit t_1 wird das Gewicht G angehängt; gemessen wird die Deformation (Durchbiegung) y als Funktion der Zeit $t - t_1$. Das gesamte Zahlenmaterial, das bei Variation des Gewichtes G und der Temperatur T gefunden wurde, läßt sich ausgezeichnet darstellen durch die auch den Nullpunkt gebende Gleichung:

$$y = \beta G \ln\left(\frac{t - t_1}{\tau} + 1\right); \qquad (1)$$

hierbei ist β ein Proportionalitätsfaktor, τ ein Parameter von der Dimension einer Zeit, verwandt mit der Maxwellschen Relaxationszeit, aber doch von anderer Bedeutung. Als Beispiel sei in Tabelle I ein Versuch herausgegriffen:

1) Siehe z. B. die Zusammenstellung in Winckelmanns Handb. d. Phys. 1, 796, 1908.

Tabelle I.

($T = 273 + 12$)

$t - t_1$	$y_{beob.}$	$y_{ber.}$	$t - t_1$	$y_{beob.}$	$y_{ber.}$
0	0	0	184	2359	2358,7
9	2344	2345,3	221	2360	2359,5
14	2346	2347,1	267	2361	2360,4
20	2348	2349,0	368	2362	2361,8
30	2350	2350,7	480	2363	2363,0
44	2352	2352,4	549	2364	2363,6
65	2354	2354,1	696	2365	2364,6
80	2355	2355,0	870	2366	2365,6
97	2356	2355,8	1070	2367	2366,5
118	2357	2356,7	1200	2367,5	2367,0
147	2358	2357,7	2400	2370	2370,0

$t - t_1$ ist in Sekunden angegeben. Die dritte Spalte ergibt sich, wenn τ den Zahlenwert $10^{-229,4}$ erhält, auf dessen Bedeutung wir hier nicht eingehen wollen. Jedenfalls ist τ äußerst temperaturempfindlich. Ähnliche Übereinstimmung gaben alle weiteren Versuche.

II. Fundamentalversuch.

§ 4. Der Versuch beginnt genau wie oben: zur Zeit t_1 wird das Gewicht G angehängt, zur Zeit t_2 wieder entfernt, und nunmehr wird y bestimmt als Funktion von $t - t_1$.

Wir machen die Annahme, daß das Prinzip der raumzeitlichen Superposition erfüllt ist; wir können uns dann die Entfernung des Gewichts G ersetzt denken durch Hinzufügung einer entgegengesetzt wirkenden Kraft $-G$, während die ursprüngliche Kraft G noch weiter wirkt. In Formeln ausgedrückt:

$$y = \beta G \ln\left(\frac{t - t_1}{\tau} + 1\right) - \beta G \ln\left(\frac{t - t_2}{\tau} + 1\right),$$

oder

$$y = \beta G \ln \frac{t - t_1 + \tau}{t - t_2 + \tau} \qquad (2)$$

In Tabelle II geben wir eine Anzahl von Messungen wieder. Hierin bedeutet also $t_2 - t_1$ die Belastungsdauer vor der Ablesung; G ist immer dasselbe und gleich dem G der Tabelle I.

Tabelle II.

a) $t_2 - t_1 = 60$ Sek.

$t - t_1$	$y_{beob.}$	$y_{ber.}$
64	(16,8)	13,8
69	11,9	10,1
77	8,8	7,5
87	6,8	5,8
106	4,8	4,2
118	3,8	3,5
138	2,8	2,8
176	1,8	1,2
264	0,8	1,3

b) $t_2 - t_1 = 120$ Sek.

$t - t_1$	$y_{beob.}$	$y_{ber.}$
127	(16,8)	14,4
131	14,8	12,3
135	12,8	11,9
141	10,8	9,5
150	8,8	8,0
166	6,8	6,4
179	5,8	5,5
199	4,8	4,7
224	3,8	3,8
265	2,8	3,0
325	1,8	2,3

c) $t_2 - t_1 = 240$ Sek.

$t - t_1$	$y_{beob.}$	$y_{ber.}$
244	(22,8)	20,5
248	19,8	17,1
256	15,8	14,0
266	12,8	11,6
279	10,8	9,8
296	8,8	8,5
325	6,8	6,7
349	5,8	5,8
384	4,8	4,9
425	3,8	4,1
504	2,8	3,2
630	1,8	2,4

d) $t_2 - t_1 = 2400$ Sek.

$t - t_1$	$y_{beob.}$	$y_{ber.}$	$(y'_{ber.})$
2406	35,0	29,8	33,7
2412	30,0	26,4	29,9
2420	27,0	23,9	27,0
2429	25,0	22,1	25,0
2440	23,0	20,5	23,2
2456	21,0	18,9	21,4
2484	19,0	16,9	19,1
2501	18,0	16,0	18,1
2521	17,0	15,1	17,1
2545	16,0	14,3	16,2
2575	15,0	13,4	15,1
2614	14,0	12,5	14,1
2664	13,0	11,5	13,0
2723	12,0	10,6	12,0
2810	11,0	9,6	10,9
2910	10,0	8,7	9,8
3035	9,0	7,8	8,8
3185	8,0	7,0	7,9
3378	7,0	6,2	7,0
3728	6,0	5,1	5,8
4080	5,0	4,4	5,0

Die Größe τ spielt bei diesem Versuch keine Rolle, da es gegenüber $t - t_1$, bzw. $t - t_2$ verschwindet. Dagegen ist β nicht willkürlich interpoliert, sondern aus dem Versuch I übernommen.

Die Güte der Übereinstimmung erkennt man erst aus Folgendem: Im Grunde werden die y-Werte beider Tabellen (I und II) durch eine einzige Formel (2) dargestellt; diese Werte sind aber in beiden Fällen von so verschiedener Größenordnung, daß sie auf einer graphischen Kurve zweckmäßig gar nicht vereinigt werden könnten. Die noch vorhandenen prozentualen Abweichungen von der Beobachtung verschwinden demgegenüber. (In dem Versuch *d* wurde überdies in Spalte 4 ein y' mit einem um wenig vergrößerten Wert für β berechnet, um zu zeigen, daß ein geringfügig veränderter Parameter einen völligen Anschluß gestattet.)

Haben wir aus Tabelle I entnehmen dürfen, daß die Fundamentalgleichung (1) erfüllt ist, ergibt sich aus Tabelle II, daß wir das Prinzip der Superposition anwenden dürfen. Damit ist dann aber alles gegeben und wir können nunmehr sofort zum allgemeinsten Falle übergehen.

§ 5. Die deformierende Kraft werde sprungweise geändert, und zwar wirke die Kraft G_1 in der Zeit t_1 bis t_2, die Kraft G_2 in der Zeit t_2 bis t_3 usw., wobei die G auch negative Werte haben können. Die Zeit der Beobachtung von y nennen wir t_a. Nach dem Prinzip der Superposition können wir dann lauter Prozesse nach der Gleichung (2) aneinanderreihen und erhalten:

$$y = \sum_1^n \beta G_n \ln \frac{t_a - t_n + \tau}{t_a - t_{n+1} + \tau}; \qquad (3)$$

oder

$$y = \sum_{1}^{n} \beta (G_n - G_{n-1}) \ln (t_a - t_n + \tau) +$$
$$+ \beta G_0 \ln (t_a - t_0 + \tau) - \beta G_n \ln (t_a - t_{n+1} + \tau).$$

Lassen wir nun die Kraft G sich kontinuierlich ändern, so geht die Summe in ein Integral über, und wir erhalten, wenn wir $G = f(t)$, also $dG = f'(t)\,dt$ setzen:

$$y = \int_{t_0}^{t_n} \beta f'(t) \ln (t_a - t + \tau)\, dt +$$
$$+ \beta f(t_0) \ln (t_a - t_0 + \tau) - \beta f(t_n) \ln (t_a - t_n + \tau).$$

Integrieren wir partiell, so folgt:

$$y = \Big[\beta f(t) \ln (t_a - t + \tau)\Big]_{t_0}^{t_n} + \beta \int_{t_0}^{t_n} \frac{f(t)\,dt}{t_a - t + \tau} +$$
$$+ \beta f(t_0) \ln (t_a - t_0 + \tau) - \beta f(t_n) \ln (t_a - t_n + \tau);$$

oder

$$y = \beta \int_{t_0}^{t_n} \frac{f(t)\,dt}{t_a - t + \tau} \qquad (4)$$

als allgemeinste Lösung. Hierin bedeutet $f(t)$ die deformierende Kraft als Funktion der Zeit, t_a die Zeit der Ablesung von y, t_n die Zeit, bis zu der eine deformierende Kraft noch vorhanden ist. Natürlich kann t_n nie größer als t_a werden, da y nur von der Vorgeschichte, nicht aber von der Zukunft abhängen kann. Ist die Kraft zur Zeit der Beobachtung noch nicht verschwunden, so wird $t_n = t_a$; nur in diesem Falle tritt die Größe τ in Erscheinung, während sie sonst unterdrückt werden kann. Diese beiden Fälle entsprechen den Tabellen I und II. Die Auswertung des Integrals wird durch die Substitution $t' = t_a - t + \tau$ erleichtert.

§ 6. Es sollen nun einige einfache Funktionen $f(t) = G$ berechnet werden.

Beispiel 1. $f(t) = G$ sei konstant $= G_0$; es ergibt sich:

$$y = \beta G_0 \ln \frac{t_a - t_0 + \tau}{t_a - t_n + \tau}$$

in Übereinstimmung mit Gleichung (2). Ist G auch zur Zeit der Beobachtung t_a noch vorhanden, so wird $t_n = t_a$, also

$$y = \beta G_0 \ln \left(\frac{t_a - t_0}{\tau} + 1\right),$$

entsprechend Gleichung (1).

Beispiel 2. $f(t) = G = G_1 t$; d. h. G wächst proportional der Zeit; es ergibt sich:

$$y = \beta G_1 (t_a + \tau) \ln \frac{t_a - t_n + \tau}{t_a - t_n + \tau} - \beta G_1 (t_n - t_0);$$

oder wieder für $t_n = t_a$ und mit Unterdrückung von τ:

$$y = \beta G_1 t_a \ln \left(\frac{t_a - t_0}{\tau} + 1\right) - \beta G_1 (t_a - t_0),$$

was man mit $t_0 = 0$ auch schreiben kann:

$$y = \beta G_1 t_a \ln \left(\frac{t_a + \tau}{e\tau}\right).$$

Beispiel 3. Allgemein sei:

$$f(t) = G = G_0 + G_1 t + G_2 t^2 + G_3 t^3 + \ldots.$$

Wenn wir

$$(t')_0 = t_a - t_0 + \tau,$$

und

$$(t')_n = t_a - t_n + \tau$$

einführen, so ergibt sich:

$$y = \beta \Big[f(t_a) \ln \frac{(t')_0}{(t')_n} - f'(t_a)\,[(t')_0 - (t')_n] +$$
$$+ \frac{1}{4} f''(t_a)\,[(t')_0^2 - (t')_n^2] - \frac{1}{18} f'''(t_a)\,[(t')_0^3 - (t')_n^3] +$$
$$+ \frac{1}{96} f''''(t_a)\,[(t')_0^4 - (t')_n^4] - + \ldots\Big].$$

Ist G eine periodische Kraft, wie es in der Praxis wohl am häufigsten vorkommt, z. B. bei der Berechnung von Schwingungen elastisch nachwirkender Teile, so ist die Funktion im allgemeinen nur durch Tabellen lösbar; so etwa

$$G = G_0 \sin \left(2\pi \frac{t}{T}\right).$$

§ 7. Wir sehen daraus, daß die Lösung um so schwieriger wird, je verwickelter die Funktion $G = f(t)$ wird. Hält man etwa, wie bei vielen früheren Messungen nicht G, sondern y konstant (Torsionswinkel), so ergibt sich für G eine recht komplizierte Zeitfunktion, und die Lösung der Aufgabe ist keine einfache. Daraus erklärt sich, weshalb man häufig zu gebrochenen Exponenten oder vielgliedrigen Formeln gelangte, die durchaus nicht im Wesen der Erscheinung begründet liegen. Das Grundphänomen scheint vielmehr denkbar einfach zu sein.

Die Größe τ stellt eine neue, sehr empfindliche Konstante dar, die für die zeitlich elastischen Eigenschaften eines Materials ausschlaggebend ist. So wurde z. B. für einen Glasfaden bei verschiedenen Temperaturen gefunden:

Temp.	τ
12,0° C	$10^{-220,4}$
17,5° „	$10^{-191,3}$
56,6° „	$10^{-132,3}$

Je kleiner τ, desto geringer ist die elastische Nachwirkung; für ein ideal elastisches Material nähert sich τ der Null, ein großes τ läßt auf hohe Plastizität schließen. Somit dürfte die Bestimmung der Größe τ für die technische Materialprüfung von Bedeutung sein.

Charlottenburg, 1. Oktober 1920.

(Eingegangen 7. Oktober 1920.)

Messungen und Beobachtungen an Polbüscheln gleitender Entladung.

Von Max Toepler.

An das Gleitsystem, Gleitpol P auf a cm dicker Glasplatte $\mathfrak{G}$ mit voller rückseitiger metallischer Belegung B wurde jeweils durch Versuchsanordnung Fig. 1 plötzlich eine weiterhin

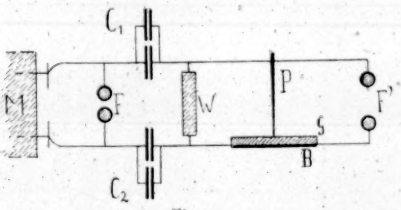


Fig. 1.

konstante Spannung P (in Kilovolt) angelegt. Diese entsteht zwischen den untereinander durch einen sehr großen Widerstand ($W = 10^7$ Ohm) verbundenen Außenbelegungen zweier großer Leidener Batterien (C_1 und C_2 je 80000 cm) in dem Augenblicke, wo zwischen den von einer Influenzmaschine M langsam geladenen Innenbelegungen ein Funken F ausbricht. Sollte, wie in Abschn. IV, die Spannung am Gleitsysteme schon während des Anstieges wieder verschwinden, so wurde die Funkenstrecke $F < F$ eingeschaltet.

Solange die Spannung P am Gleitpole kleiner als ein bestimmter Wert P_0 (die „Durchbruchspannung") bleibt, wird jeweils um den Gleitpol nur eine Kreisfläche geladen — es entsteht ein „Polbüschel", gebildet aus zahlreichen radial verlaufenden „Leuchtfäden"[1]). Ist $P > P_0$, so erscheint diese Kreisfläche an einer oder mehreren Stellen radial durch den eigentlichen „Gleitprozeß" durchbrochen — aus dem Gleitpole wachsen jetzt funkenartige, also relativ zu den Leuchtfäden sehr gut leitende „Ladungskanäle" heraus, die an ihren Enden, wie früher von mir nachgewiesen[2]), das zum gleitenden Weiterwachsen des Ladungsprozesses nötige (Ionisierungs-)Gefälle mit sich vorschieben und dementsprechend nach ihren Seiten und um ihre Enden neue Büschel aus Leuchtfäden bilden.

I. Feststellung der Grenze des Ladungszustandes.

A. Durch Kurzschlußfunken: Reicht, vgl. Fig. 2, die Ladung der Glasoberseite vom

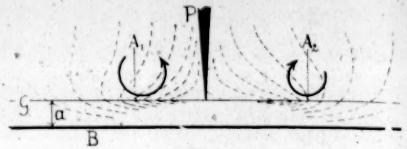


Fig. 2.

Pole P bis zu den zu bestimmenden Orten A_1 bzw. A_2, so hat man den skizzierten Verlauf der Äquipotentialflächen[1]). Die Annäherung eines zweiten mit B verbundenen Poles an A_1 bzw. A_2 auf der Glasoberfläche zwecks Erzwingung eines Gleitfunkens (Kurzschlußfunkens) deformiert das Feld. Der Funken kann kürzer ausfallen als die Ladungsfigur ohne Deformation, andererseits wird aber bei Annäherung der beiden Pole ein entgegengesetztes Büschel aus dem zweiten ausbrechen und eine Vergrößerung der Funkenlänge veranlassen können.

Ein Vergleich von Kurzschlußfunkenlängen mit den durch Bepulverung oder Photographie festgestellten Büschelgrößen ergab: Die positive Polbüschelgröße wird angenähert richtig erhalten. Bei negativen Polbüscheln sind die Kurzschlußfunken fast ebenso lang wie bei positiven[2]), d. h. etwa doppelt so groß wie die Radien der undeformierten negativen Polbüschelflächen. Bei Gleitbüscheln erhält man in der Regel um einige Zentimeter zu kleine Längen.

B. Aus Bärlappsamenspur: Der Ladungsprozeß wird durch schwache vorherige Bepulverung der Platte $\mathfrak{G}$ nicht merklich beeinflußt[3]). Das Feld am Rande der Figuren drückt die daselbst durch Stoßionisation entstehenden gleichnamigen Ionen fest gegen die Platte, nur die ungleichnamigen werden zur Ladung des Pulvers und zur Strömung verfügbar. Die Elektrizitätsbewegung in den Leuchtfäden ist also streng unipolar und erfolgt gegen den Sinn der Aufladung der Platte. In dieser Gegenrichtung wird auch das Pulver fortgerissen und nach Entladung teils in Rippen liegen gelassen, teils weithin im Bogen hinausgeweht.

Bei negativen Ladungsergüssen mit ihrem geschlossenen Ladungsrande entsteht an diesem ein starker Luftwirbel, wie dies in Fig. 2 angedeutet ist, der dann auch ungeladenes Pulver

1) Vgl. M. Toepler, Ann. d. Phys. **53**, 217, 1917.
2) Vgl. M. Toepler, Ann. d. Phys. **66**, 1064, 1898.

1) Hierbei ist die für die Darstellung dieser Flächen sehr vereinfachende, aber sonst für das Gleitphänomen selbst unwesentliche Annahme gemacht, daß der Isolator $\mathfrak{G}$ die gleiche Dielektrizitätskonstante besitzt wie das Gas (Luft) um ihn herum.
2) Vgl. hierzu auch die Messungen M. Toepler, Ann. d. Phys. **21**, 195 (Tab. II), 1906.
3) Siehe auch M. Toepler, Ann. d. Phys. **21**, 198, 1906.

mitreißt. Negative Polbüschelspuren sind daher durch einen staubfreien Ring um 1 cm und mehr verbreitert[1]). Negative Gleitbüschelspuren können ebenso eine mehrere Zehntel Zentimeter breite staubfreie Umrahmung zeigen.

Ganz anders bei positiven Polbüschelspuren. Ihrer bekannten sternförmigen Gestalt entsprechend bildet ihr Rand keine geschlossene Grenze (keine Kreislinie). Jeder einzelne positive Ladungsfaden saugt auch von seinen hier freien Seiten, von den Lücken her Pulver an; die positive Staubfigur besteht am Rande aus radial verlaufenden langgezogenen (etwa 0,1 cm breiten) staubfreien Linien oder Linienstücken. Die Bewegung des Pulvers findet also am Rande im wesentlichen wechselwendig senkrecht zum Radius statt. Eine Summenwirkung in Richtung des Radius zu einem merklichen Luftwirbel findet nicht statt, die Staubfigur positiver Polbüschel erscheint radial nicht wesentlich vergrößert. — Die positive Gleitbüschelspur zeigt am Rande das gleiche Verhalten.

C. Aus der photographischen Spur: Das Bild, die Spur, welche man beim Entwickeln der Platten von dem Büschel auf ihr erhält, zeigt keine scharfe Berandung[2]), die Schwärzung reicht nicht ganz so weit wie die Aufladung.

Durch einen Kunstgriff — „Hilfsverschleierung" — kann man photographisch sichtbar machen, wieweit die Ladung der Oberfläche der photographischen Schicht reicht. Setzt man die photographische Platte während der Büschelbildung auf ihr einer schwachen Belichtung aus, so zeigt die entwickelte schwach verschleierte Platte nicht nur das ohne diese Hilfsverschleierung zu erhaltende Bild des Büschels, sondern auch noch durch eine scharfe Grenzlinie, vgl. Fig. 3a und 3b, wieweit die Ladung reichte[3]). Bei stärkerer Hilfsbelichtung erscheint die Verschleierung soweit die Ladung reichte etwas vermindert, im angrenzenden Außengebiete, wo keine Aufladung, wohl aber ein

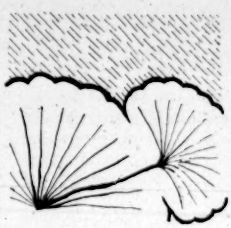


Fig. 3a.

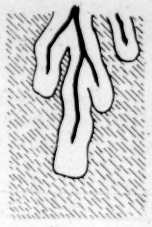


Fig. 3b.

starkes elektrisches Feld auftrat, verstärkt, dazwischen liegt die Grenzlinie[1]).

Bei negativen Pol- und Gleitbüscheln liegt die scharfe Grenzlinie der Ladung mehrere Zehntel Zentimeter außerhalb der verwaschenen Grenze der Büschelspur, bei Polbüscheln manchmal wie eine fast mit dem Zirkel gezogene Kreislinie, bei den fächerförmigen Zwischen- und Endbüscheln wie glatte Kreisbogenstücke. Mit der Lupe erkennt man meist, daß jeder solcher Kreis oder Bogen sanft gekerbt ist, in Fig. 3a stark übertrieben; jedem Leuchtfaden des Büschelfächers entspricht eine kleine Ausbuchtung der Grenzlinie.

Bei positiven Pol- und Gleitbüscheln umgibt die Ladungsgrenzlinie im Schleier die einzelnen Leuchtfäden in etwa 0,1 cm Abstand, wie in Fig. 3b angedeutet ist.

II. Größe der Ladungsfiguren bei Polbüscheln.

A. Für negative Polbüschel: Nach dem eben Gesagten muß man, um R^*, den Radius des wahren Ladungs- also des vollen Büschelgebietes zu erhalten, den Radius R der ohne Hilfsverschleierung gemessenen photographischen Büschelspur um ein Korrektionsglied vergrößern. Zahlreiche Photogramme mit Hilfsverschleierung ergaben, daß dann die Formeln 1a in Abschnitt III meiner letztzitierten Arbeit umzuschreiben sind: statt

$$P - 2 = 11{,}4\,R$$

richtiger

1) Kleine Bärlappfiguren können so mehr als den doppelten Ladungsfigurenradius besitzen. Maßgebend für die Stärke des Wirbels, also die Breite des staubfreien Gebietes ist $\Sigma\sigma \cdot \mathfrak{F} \cdot dt$; σ Ladung der Samen, $\mathfrak{F}$ Feldstärke, t Zeit. Daß die Zeit mitwirkt, zeigten Messungen mit konstantem F' und stufenweise vergrößertem F — je größer $F : F'$, um so kürzer die Zeit, um so schmäler der staubfreie Rand.

2) Vgl. die Photogramme negativer Figuren M. Toepler, Ann. d. Phys. **53**, 217, 1917; gute Photographien positiver Polbüschel finden sich vielfach, vgl. S. Micola, diese Zeitschr. **18**, 158, 1917; K. Przibram **19**, 299, 1918, sowie zahlreiche Abbildungen in der älteren Literatur.

3) Die schwache, unregelmäßige, dunkle Umrandung in meinen Photographien 1, 2, 3 und 5 l. c. rührt von dem nachträglichen Lackieren der Bilder her.

1) Es gilt also: In einem elektrischen Felde (tangentiell zur Plattenoberfläche nahe Ionisierungsspannung, d. h. etwa 30 Kilovolt : cm) ist die Lichtempfindlichkeit stark vermehrt, um so mehr, je stärker das elektrische Feld; Belichtung vorher oder nachher gab den Effekt nicht, sondern einfachen Schleier über das Bild. Zur Beleuchtung eignet sich der Funken F_1 durch Drehung seiner Schlagraumachse nach Wunsch abzuschwächen. Auch der Funken einer kleinen beiderseits W passend angeschlossenen Kapazität gibt den Effekt; es genügt ein 0,5 cm langer Funken von 400 cm Kapazität aus 50 cm Abstand. Schwache Gleitfunken, welche den Gleitprozeß abschließen, erzeugen den Effekt manchmal besonders schön.

$$P = 11{,}4\,(R + 0{,}18) = 11{,}4\,R^*,$$

statt

$$P - 3 = 11{,}6\,R$$

richtiger

$$P = 11{,}6\,(R + 0{,}26) = 11{,}6\,R^*$$

für die Plattendicken a von 0,16 cm und 0,55 cm; für die größte Schichtdicke $a = 1{,}66$ cm ergaben sich zwar keine ganz sicheren Bestimmungen der wahren Ladungsgrenze; P ist aber auch hier nahe gleich $11{,}6 \cdot R^*$.

Als allgemeine Beziehung zwischen Polspannung und wahrer negativer Polbüschelgröße ergibt sich also (statt l. c. Gl. 1a in Abschnitt III)

$$P = 11{,}5 \cdot R^*, \qquad (1a^*)$$

und zwar unabhängig von der Dicke a des Isolators.

Führt man diese neue Beziehung ein, so erhält man weiter (l. c. Gl. 2)

$$P_0 = 11{,}5 \cdot l_0$$

(l_0 Länge des ersten Durchbruchkanals), so daß sich mit $l_0 = 4{,}216 \cdot \sqrt{a}$ findet

$P_0 = 48{,}5 \cdot \sqrt{a}$ Kilovolt ohne additives Zusatzglied.

B. Für positive Büschel: Ihre Photogramme ohne Hilfsverschleierung sind, wie gesagt, fast ebenso groß wie die wahren Ladungsflächen; statt Gl. 1b l. c. wäre allenfalls

$$P = 5{,}9 \cdot R^* \qquad (1b^*)$$

zu setzen.

Mit der gleichen Polspannung erhält man also negative und positive Polbüschel, deren der Spannung streng proportionale Radien sich wie 5,9 : 11,5, d. h. sehr nahe wie 1 : 2 verhalten.

Für l_0 fanden sich Werte zwischen $6{,}5 \cdot \sqrt{a}$ und $8{,}5 \cdot \sqrt{a}$, für P_0 Werte zwischen $40 \cdot \sqrt{a}$ und $50 \cdot \sqrt{a}$ Kilovolt.

C. Ursache des Artunterschiedes: Die gefundenen Werte gelten für Versuchsanordnung Fig. 1. Messungen mit anderen Anordnungen, welche noch ausführlich veröffentlicht werden sollen, ergaben, daß die Absolutwerte speziell von der Geschwindigkeit des Spannungsanstieges am Gleitpole abhängen[1]). Es wurden Polbüschel photographiert für schnelleren und langsameren Anstieg zu konstanter Polspannung ($dP : dt$ zwischen $300 \cdot 10^6$ und $2 \cdot 10^6$ Kilovolt : sec, wobei die absolute Größe der Polbüschelradien etwa im Verhältnisse 4 : 1 abnahm), ferner auch für Wechselspannung (T zwischen $0{,}3 \cdot 10^{-6}$ sec und $20 \cdot 10^{-6}$ sec). Dabei blieb das Verhältnis negativer zu positiven Polbüschelradien 1 : 2.

1) Hierdurch erklärt sich wohl z. T. der Unterschied der von mir erhaltenen Werte von denen anderer Beobachter; meine Messungen galten etwa für $dP : dt$ gleich $50 \cdot 10^6$ Kilovolt : sec.

Macht man die jetzt naheliegende Annahme, daß die Radien beider Büschel unter sonst gleichen Bedingungen auch während der Büschelbildung sich stets wie 1 : 2 verhalten, so folgt, daß bei gleichem Spannungsanstieg am Gleitpole diesem im negativen Leuchtfaden die halbe Elektrizitätsmenge durch das doppelte Gefälle zufließt als vergleichsweise im positiven. Die Beweglichkeit der positiven Elektrizitätsträger im negativen Leuchtfaden wäre dann der vierte Teil von der der negativen Träger im positiven Faden (genauer $5{,}9^2 : 11{,}5^2$), denn die positiven Ionen im negativen Büschel und die negativen Elektronen im positiven Büschel liegen fest auf der Glasplatte, vgl. Abschnitt I B. Das gleiche Verhältnis besitzt die freie Weglänge positiver Ionen zu langsam (relativ zur gaskinetischen Fluggeschwindigkeit) bewegten Elektronen.

III. Kurzdauernde Spannung, Rückschlagspuren.

Verbindet man Gleitpol P und rückseitigen Beleg B kurz nach Ausbildung des Ladungsergusses um P, so findet von der soeben erst geladenen Isolatorfläche eine Rückentladung nach dem Gleitpole, ein Rückschlag von allen Seiten her statt; man sieht ein erneutes Aufleuchten um P herum. In Photogrammen[1]) erscheint jeweils innerhalb der bisher geschilderten Ladungsfigur dieser aufgelagert eine kleinere entgegengesetzten Vorzeichens.

A. Rückschlag im Polbüschel. Der Radius der positiven Rückschlagspur im negativen Polbüschel (R_p in R_n) ist nahezu zwei Drittel des Radius des letzteren (R_n) und der Radius des negativen Rückschlagbüschels im positiven Polbüschel (R_n in R_p) fast genau ein Drittel des Radius des letzteren (R_p). Dies war vorauszusehen. In Fig. 4a seien die Verhält-

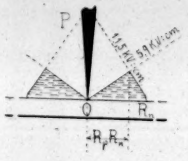


Fig. 4a.

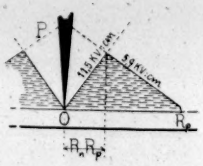


Fig. 4b.

nisse für ein negatives, in Fig. 4b für ein positives Polbüschel dargestellt. Die Isolatoroberfläche um den Gleitpol bleibt ringförmig teilweise geladen, wie die Schraffur andeutet. Es wird

1) In Bärlappsamenspuren ist der Rückschlag meist nur schwer zu erkennen.

$$R_p \text{ in } R_n = \frac{11{,}5}{5{,}9 + 11{,}5} \cdot R_n = 0{,}661 \cdot R_n$$

und

$$R_n \text{ in } R_p = \frac{5{,}9}{11{,}5 + 5{,}9} \cdot R_p = 0{,}339 \cdot R_p.$$

Mit den Gleichungen (1) erhält man noch

$$R_p \text{ in } R_n = P : 17{,}4 = R_n \text{ in } R_p,$$

d. h. „die Radien des Rückschlages im negativen und positiven Polbüschel sind bei gleicher erzeugender Spannung gleich groß".

Da die Messungen zeigten, daß man bei Anwendung des kurzschließenden Funkens F' auch keine übergroßen Rückschlagspuren erhält, so folgt: Die Durchschlagfestigkeit der Luft ist am Orte eines negativen oder positiven Leuchtfadens schon 10^{-7} sec[1]) nach seiner Bildung nahe die gleiche wie im gewöhnlichen Luftraum.

B. Rückschlag in Gleitbüscheln. In diese dringt der Rückschlag, ihre Ladungskanäle als Entladungsbahnen benutzend fast bis zum Rand, bis in die Endbüschel ein und bleibt dem Rande nur um die Strecke $R - (R \text{ in } R)$ fern. Die Ladungskanäle besitzen im Gegensatze zu den Leuchtfäden eine langdauernde Hysterese erhöhter Leitfähigkeit.

IV. Vorzeitig abgebrochene Ladung.

A. Struktur der Figuren. Wird die Spannung am Gleitpole schon während des Ladungsergusses auf den Isolator wieder weggenommen (mittels Nebenschaltung von F' siehe Fig. 1), so ist der innere Aufbau der Ladungsfiguren noch nicht voll entwickelt.

Negative Figuren erscheinen qualitativ nicht sehr verändert; mit stark vermehrtem $F : F'$ bei festgehaltenem F' fallen sie kürzer und schwächer aus, die Zahl der einzelnen Leuchtfäden ist kleiner, die Lücken zwischen den einzelnen Gruppen größer. Gleitfiguren sind stark verkleinert, ihre Begrenzung nähert sich einem Kreise, die Rückschlagspur ist schwach und auch in Photogrammen oft kaum sichtbar.

Stark verändert erscheint die positive Figur. Bei sehr kurzer Dauer der Spannung, z. B. $F > 1{,}5$ mit $F' = 1{,}0$ cm, wird die Spur so schwach, daß sie bei vielen Aufnahmen kaum zu sehen ist; im ersten Hinsehen erblickt man nur die Rückschlagspur, die hier sehr stark ausgebildet ist. Die Zahl der Leuchtfäden der Hinfigur ist stark vermindert; im völligen Gegensatze zu den sternförmigen bekannten Ergüssen (vgl. Abschn. 1) bei nicht abgebrochener Spannungsdauer bemerkt man jetzt bei diesen zuerst ausgegossenen Leuchtfäden keine Gruppenbildung. Die wenigen Leuchtfäden verlaufen radial fast völlig äquidistant und haben gleiche Länge; die Figur bedeckt eine bis an den Rand fast geschlossene Kreisfläche, ähnelt also sehr den negativen Polbüschelfiguren; die normale sternförmige Gestalt der positiven Polbüschel und Endbüschel entsteht erst durch Gruppenbildung der nachträglich sich überlagernden weiteren Leuchtfäden.

Bei kurzer Spannungsdauer fehlen auch die bekannten isoliert stehenden Sternchen oder Kometen; diese stammen also von zuletzt gebildeten Leuchtfäden, die über die schon gebildete Spur hinweg verlaufen.

B. Der Schein am Figurenrande. Bei Photogrammen von Spuren hergestellt mit großem $F : F'$, und nur an solchen bemerkt man an der Spurperipherie folgende meines Wissens noch unbekannte Erscheinung. Bei Beleuchtung schräg von oben (von Schichtseite, also reflektiertes Licht) oder schräg von unten (gebeugtes Licht) sieht man gegen dunklen Hintergrund einen den Rand der dunklen Figuren hofartig umgebenden lichten, hauchartigen Schein.

Bei negativen Figuren umgibt der Schein die gesamte Büschelfigur, deren Rand in 0,2 bis 0,5 cm Abstand umsäumend, ganz wie der dunkle Rand bei hilfsbelichteten Platten (vgl. Abschn. I, C) und auch an dessen Orte gelegen. Während aber der dunkle Rand keine Spur von Struktur erkennen läßt, ist der helle Schein nur bei tangentieller Lichtstrahlrichtung zu sehen, er besitzt also radiale Struktur.

Bei positiven Figuren umgibt der helle Schein jeden einzelnen Leuchtfaden derart, daß sich Schein an Schein fast lückenlos aneinanderlagert, und den Figurenrand bei günstiger Beleuchtung etwa wie in Fig. 5a

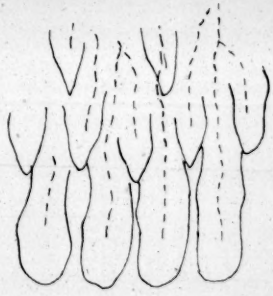


Fig. 5a.

1) Auf eine solche Dauer ist die Bildung der Funken in F und F' zu schätzen, vgl. M. Toepler, Ann. d. Phys. **21**, 221, 1906.

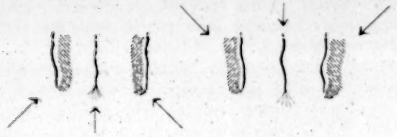


Fig. 5b.

angedeutet wie der Rand eines Ziegeldaches erscheint. Beleuchtet man mit annähernd parallelstrahligem Lichte, so wird immer nur ein Teil des Scheines sichtbar, je nach der Lichtstrahlrichtung, wie in den Fig. 5b angedeutet ist. Dabei ist es gleichgültig, ob das Licht schichtseits oder unterseitig einfällt. Der Schein verhält sich so, als sei er aus feinen reflektierenden oder beugenden Stäbchen gebildet, welche die Richtung der Schraffur in den Figuren haben, also unter etwa 45° gegen die Mitte, den eigentlichen Leuchtfaden der gewöhnlichen Photogramme laufen. Unter dem Mikroskope kann man wohl den Eindruck gewinnen, als ob in dieser Richtung verlaufende kettenförmige Aneinanderlagerungen von ausgeschiedenen Silberteilchen in etwas überwiegender Anzahl vorhanden seien[1]).

C. Wachstumsverhältnisse von Gleitfiguren. Sicher trifft zu, daß mit abnehmendem $F:F'$ die Zeitdauer einer F' entsprechenden Spannung am Gleitpole zunimmt. Mißt man also für bestimmtes F' die jeweils für stufenweise vergrößerte F erhaltene Gleitfigur, so lassen sich die Wachstumsgesetze der Ladungsfiguren qualitativ überblicken. Besonders hervorzuheben ist

1. Polbüschel (also für $P < P_0$) entstehen in kleinerer oder etwa gleicher Zeit wie F bzw. F' selbst, also innerhalb etwa 10^{-7} sec, das Gesetz ihres Anwachsens ist also in vorliegender Weise nicht feststellbar;

2. negative Polbüschel sind halb so lang wie positive;

3. das negative Gleitbüschel bricht ($P > P_0$) vor dem positiven aus;

4. es erreicht, ja überholt meist das positive Pol- und das naszierende positive Gleitbüschel;

5. im Durchschnitte besitzen negative und positive Gleitbüschel nahe gleiche Wachstumsgeschwindigkeit, 10^7 bis 10^8 cm/sec bei Anordnung Fig. 1, d. h. bei $dP:dt$ etwa $50 \cdot 10^6$ Kilovolt:sec; nach gleicher Zeit ist das negative Gleitbüschel während des Vorwachsens jeweils etwa 2 cm länger als das positive;

6. das Vorwachsen des negativen Gleitbüschels stoppt eher als das des positiven, es bleibt also bei voller Ausbildung kleiner als das positive.

V. Gleitbüschellängen.

In Fig. 6a ist für negative Figuren der Zu-

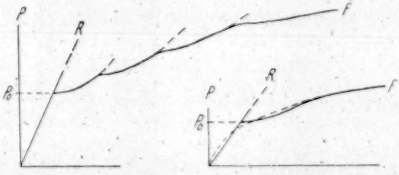


Fig. 6a. Fig. 6b.

sammenhang zwischen Gleitlängen f und Polspannung P, in Fig. 6b dasselbe für positive (in etwas verkleinertem Maßstabe) angedeutet. Dem streng linearen Anstiege von R beim Polbüschel folgt der von f für negative Gleitfiguren in mehrfachen Bogen, entsprechend der scharfen Ausbildung von Rückstufen; bei großem f verwischen sich natürlich die Bogen. Für positive f beobachtet man nur eine Rückstufe beim Übergange von Polbüschel zur Gleitfigur. Ist die Polspannung P groß gegenüber der Durchbruchspannung P_0, so verläuft f nahe proportional P^5; als Extremwerte werden mit Anordnung Fig. 1 erreicht[1])

$$f_n = 17 \cdot 10^{-8} \cdot P^5 \cdot c^2$$

und

$$f_p = 20 \cdot 10^{-8} \cdot P^5 \cdot c^2,$$

worin c die Kapazität der Plattenoberflächeneinheit in Zentimeter bedeutet (f in cm, P in Kilovolt). Solche Interpolationskurve schneidet aber selbst für positive Gleitbüschel in der Nähe von P gleich P_0 den tatsächlichen Verlauf mehrmals, wie in Fig. 6b durch die schwach gestrichelte Kurve angedeutet ist[2]).

VI. Freie Elektrizität (Orte mit Felddivergenz) in Gleitfiguren.

Allgemein läßt sich aus der Gestaltung der Einzelheiten negativer und vor allem positiver

1) Der helle Schein, die Feinstruktur zeigte sich nur bei großem $F:F'$; durch die bei längerer Dauer von P am Pole über die erste Figur sich hin ergießenden weiteren Leuchtfäden (vgl. Abschn. IV, A) ändert sich das Feld beständig, also folgt: Nach einer länger dauernden Einwirkung eines starken konstanten Feldes scheiden sich die Silberkörner bei der nachträglichen Entwicklung in Parallelstruktur zur gewesenen Feldrichtung aus.

1) Mit Korrektur wegen Insuffienz von C_1 und C_2 bei großen Gleitfiguren (f bis 110 cm).

2) Aus P_0 und zugehörigem R läßt sich also nicht die Konstante neben P^5 berechnen.

Gleitfiguren schließen: Eine feldbildende Wirkung geht außer vom Pole und den Ladungskanälen überwiegend nur noch von den Leuchtfadenenden (Fadenköpfen) aus, d. h. wesentlich nur am Pole, in den Ladungskanälen und in den Leuchtfadenköpfen ist die Divergenz des Feldes von Null stark verschieden — für Beurteilung des gesamten Feldes sind natürlich auch die Influenzladungen in der rückseitigen Plattenbelegung, ersetzbar durch die bekannten „elektrischen Spiegelbilder" in ihr zu berücksichtigen. Der Grund hierzu liegt darin, daß von den durch Stoßionisation gebildeten Elektrizitäten der Leuchtfäden die dem Pole gleichnamige auf die Platte gedrückt, die ungleichnamige polwärts geführt wird (vgl. Abschn. I B); freie Elektrizität entsteht demnach überwiegend nur an beiden Enden, am Pole bzw. an den Ladungskanälen ungleichnamige und an den Leuchtfadenköpfen gleichnamige, erstere wird dann vom Pole aus sofort überneutralisiert.

Besonders bei positiven Leuchtfäden erscheint freie Elektrizität auf ihr allerletztes Ende beschränkt. Der Verlauf der Leuchtfäden in Photogrammen positiver Gleitbüschel ist oft so kraus verschlungen, wie dies nur durch diese Eigenschaft verständlich wird. Manchmal sind in Photogrammen die Fäden zu fast geschlossenen Schlingen gebogen, also hinterläßt nur die Bahn des Kopfes photographisch eine Spur, die spätere rückwärtige Elektrizitätsleitung geht ohne erneute Spurbildung schräg über die alte Spur der Kopfbahn hinweg; nur selten findet man diese späteren geänderten Bahnen doch zum Teil soeben angedeutet. Die Tangente der Leuchtfäden der Photogramme gibt die Feldrichtung (genauer die Richtung der Feldkomponente in der Plattenoberfläche) am Fadenkopfe im Augenblicke, in dem dieser sich im Berührungspunkte der Tangente befand.

Dresden, Physik. Inst. d. Techn. Hochschule, 7. September 1920.

(Eingegangen 10. September 1920.)

Das periodische System der Elemente im Lichte der Theorie des radioaktiven Zerfalls.

Von F. Kirchhof.

An anderer Stelle[1]) wurde der Versuch unternommen, das periodische System der Elemente durch Verallgemeinerung der radioaktiven Zerfallsvorgänge zu erklären. Die Abweichungen der Atomgewichte von ganzen Zahlen ergeben sich nach dieser Hypothese als Folge von Isotopenbildungen an den meisten Stellen des Systems[1]).

Die Atomgewichte der Elemente lassen sich als algebraische Summe aus Moseleyscher Ordnungszahl (Kernladungszahl) und Isotopenzahl (Kernelektronenzahl) darstellen: $A = 2(M + I)$[2]) (s. Tabelle I).

Die Isotopenzahl eines (reinen) Isotopen ist mit großer Wahrscheinlichkeit eine ganze Zahl oder kommt einer solchen sehr nahe. Da wir aber nach obiger Hypothese die meisten gewöhnlichen Elemente als „Isotopengemische" aufzufassen haben, so ist es klar, daß wir es hier mit einer „mittleren" Isotopenzahl zu tun haben, welche im allgemeinen durch eine Dezimalzahl ausgedrückt sein wird. Während die Moseleysche O.-Z. von Element zu Element um eine Einheit wächst, ist dies bei der Isotopenzahl daher nicht der Fall. Sie ist, wenn man die einzelnen Abschnitte des Systems vergleicht, mehr oder minder deutlichen Schwankungen unterworfen, indem sie innerhalb einzelner Abschnitte ziemlich konstant bleibt oder stetig wächst, um sich an gewissen Stellen plötzlich zu ändern (s. Fig. 1).

Die Ursache für diese Unstetigkeit ist in den Gesetzen für die Lebensdauer der Isotopen der einzelnen Gruppen begründet. Diese Unstetigkeit wird dort, wo sie „negativ" auftritt, der Anlaß zu „Atomgewichtsanomalien"[3]).

Verbindet man in der graphischen Darstellung der Fig. 1 die Isotopenmaßzahlen der gerad- bzw. der ungeradwertigen Elemente untereinander, so erhält man zwei deutlich getrennte Kurvenzüge, die gewissermaßen die Verbindungslinien der Isotopengleichgewichte in den geraden bzw. ungeraden Gruppen darstellen.

In vorliegender Studie soll auf die Folgerungen, die sich aus dieser Darstellungsweise zu ergeben scheinen, näher eingegangen werden.

1) Zeitschr. f. phys. Chem. **44**, 257, 1920.

1) Versuche, derartige Isotopengemische festzustellen sind nach K. Fajans (Chem. Ztg. 541, 1920); F. W. Aston mit Hilfe der Kanalstrahlenanalyse einwandfrei gelungen.

2) Diese Zeitschr. **20**, 211, 1919. Diese Darstellungsweise erinnert rein äußerlich an Rydbergs Versuch der Darstellung der Atomgewichte durch die Form: $A = nN + D$, wobei N eine ganze, durch $4n$ bzw. $4n + 1$ teilbare Zahl ist, während D stets klein gegen N bleibt. Vgl. Zeitschr. f. phys. Chem. **14**, 66, 1897.

3) Gerade die Atomgewichtsanomalien erscheinen dem Verf. als ein Beweis für die allgemeine Existenz von Isotopengemischen und diese wieder der Grund für die Nichtganzzahligkeit der meisten Atomgewichte. Der Ansicht, letztere Erscheinung aus dem Trägheitsgesetz allein erklären zu können, steht Verf. skeptisch gegenüber.

Tabelle I.
Ordnungs- und Isotopenzahlen der Elemente.

E	$\frac{A}{2}$ [1]	M	I	E	$\frac{A}{2}$	M	I	E	$\frac{A}{2}$	M	I
H	0,504	1	−0,496 [2]	Se	39,6	34	5,6	Ho	81,75	67	14,75
He	2,0	2	0	Br	39,96	35	4,96	Er	82,85	68	15,85
Li	3,47	3	0,47	Kr	41,46	36	5,46	Tu	84,25	69	15,25
Be	4,55	4	0,55	Rb	42,73	37	5,73	Yb	86,0	70	16,0
B	5,5	5	0,5	Sr	43,82	38	5,82	Lu	87,0	71	16,0
C	6,0	6	0	Y	44,5	39	5,5	—	—	72	—
N	7,0	7	0	Zr	45,3	40	5,3	Ta	90,75	73	17,75
O	8,00	8	0,0	Nb	46,75	41	5,75	W	92,0	74	18,0
F	9,5	9	0,5	Mo	48,0	42	6,0	—	—	75	—
Ne	10,1	10	0,1	—	—	43	—	Os	95,45	76	19,45
Na	11,5	11	0,5	Ru	50,85	44	6,85	Ir	96,55	77	19,55
Mg	12,16	12	0,16	Rh	51,45	45	6,45	Pt	97,6	78	19,6
Al	13,55	13	0,55	Pd	53,35	46	7,35	Au	98,6	79	19,6
Si	14,15	14	0,15	Ag	53,94	47	6,94	Hg	100,3	80	20,3
P	15,52	15	0,52	Cd	56,20	48	8,2	Tl	102,0	81	21,0
S	16,03	16	0,03	In	57,4	49	8,4	Pb	103,55	82	21,55
Cl	17,73	17	0,73	Sn	59,35	50	9,75	Bi	104,0	83	21,0
Ar	19,94	18	1,94	Sb	60,1	51	9,1	(Ra A)	109,0	84	25,0
K	19,55	19	0,55	Te	63,75	52	11,75	(Ra C)	107,0	84	23,0
Ca	20,03	20	0,03	J	63,46	53	10,46	Po	105,0	84	21,0
Sc	22,05	21	1,05	X	65,1	54	11,1	—	—	85	—
Ti	24,05	22	2,05	Cs	66,4	55	11,4	Ra Em	111,0	86	25,0
V	25,5	23	2,5	Ba	68,69	56	12,69	—	—	87	—
Cr	26,0	24	2,0	La	69,5	57	12,5	Ra	113,0	88	25,0
Mn	27,47	25	2,47	Ce	70,12	58	12,12	(Th X)	112,2	88	24,2
Fe	27,92	26	1,92	Pr	70,3	59	11,3	Ac	113,0	89	24,0
Co	29,49	27	2,49	Nd	72,15	60	12,15	Th	116,1	90	26,1
Ni	29,34	28	1,34	—	—	61	—	(Io)	115,0	90	25,0
Cu	31,79	29	2,79	Sm	75,2	62	13,2	Pa	117,1	91	26,1
Zn	32,69	30	2,69	Eu	76,0	63	13,0	(Prt Ac)	115,0	91	24,0
Ga	34,95	31	4,95	Gd	78,65	64	14,65	U I	119,1	92	27,1
Ge	36,25	32	4,25	Tb	79,6	65	14,6	(U II)	117,1	92	25,1
As	37,48	33	4,48	Dy	81,25	66	15,25				

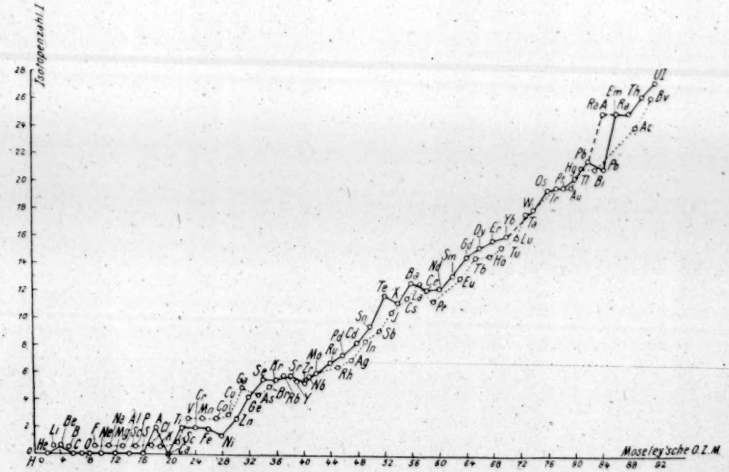


Fig. 1.

1) Internationale Atomgewichte 1914 und Abänderungen bis 1916.

2) Die Isotopenzahl des Wasserstoffs hat eigentlich keinen Sinn, da dieses Element nicht dem Zerfallsschema angehört. Ihr negativer Wert kennzeichnet seine Stellung außerhalb des Systems.

1. Atomgewichtsanomalien.

Zwischen zwei in der Moseleyschen Reihe aufeinanderfolgenden Elementen A und B, von denen A eine größere Isotopenzahl als B besitzt, zeigt sich dann eine „Atomgewichtsanomalie", wenn die Differenz ihrer Isotopenzahlen größer als 1 ist. So beträgt diese Differenz bei $A—K$ 1,39, bei $Te—J$ 1,29, bei $Co—Ni$ 1,15 Einheiten. Ist die Differenz gleich 1, so haben die beiden aufeinanderfolgenden Elemente gleiche Atomgewichte. Ein derartiger Fall tritt möglicherweise bei $Ra—Ac$ auf. Ist die Isotopenzahlendifferenz kleiner als 1, so kommt es eben nicht zur „Anomalie", da erstere ja durch die Zunahme der Ordnungszahl übertroffen wird[1]).

Die absolute Größe der Isotopenzahl eines Elementes ist abhängig a) von der Stellung eines Elementes in der Entwicklungsreihe (Periode, Gruppe des Systems), b) von der Lebensdauer der einzelnen es bildenden Isotopen; letztere beiden Faktoren scheinen vorwiegend für die „Atomgewichtsanomalien" maßgeblich zu sein, c) von der Art und Intensität der Umwandlung des Mutterelements.

Betrachten wir z. B. den Fall $Te—J$. Nehmen wir an, Tellur bestehe bloß aus den beiden Isotopen $\alpha—Te$ (128) und $\beta—Te$ (124), so wären im gewöhnlichen Te (127,5) von ersterem Isotop 87,5 Proz., von letzterem 12,5 Proz. vorhanden[2]). Dies würde sich daraus erklären, daß dem $\alpha—Te$ eine bedeutend längere Lebensdauer als dem $\beta—Te$ zukäme. Nehmen wir weiter an, daß sich Jod durch β-Umwandlung aus den entsprechenden Te-Isotopen bilde, so wären im gewöhnlichen Jod (126,92) ein $\alpha—J$ (128) mit nur 73 Proz., $\beta—I$ (124) hingegen mit 27 Proz. vertreten[3]). $\alpha—J$ wäre daher kurzlebiger als sein (hypothetisches) Mutterelement $\alpha—Te$, $\beta—J$ langlebiger als $\beta—Te$ anzunehmen. Die Folge davon wäre, daß im Isotopengemisch „Jod" das $\alpha—J$ mit der größeren Isotopenzahl weniger zur Geltung käme als das atomgewichtlich gleich schwere $\alpha—Te$ im „Tellur", was eben zur „Anomalie" führt[4]).

Dieses Verhältnis könnte noch durch die Art der Umwandlung modifiziert werden, indem $\alpha—Te$ (der Analogie mit Po nach) vorwiegend α-Strahler wäre und nur zu einem Bruchteil β-Umwandlung erfahren würde, $\beta—Te$ hingegen ausschließlich β-Umwandlung erleiden würde.

2. Gerad- und ungeradwertige Elemente.

Die Verbindungslinien der Isotopenzahlen der geradwertigen Elemente einerseits bzw. der ungeradwertigen andererseits lassen deutlich zwei Kurvenzüge hervortreten, die im allgemeinen einen periodischen Verlauf nehmen. So bleibt die Isotopenzahlenkurve der geradwertigen Elemente bis zum Ge unterhalb derjenigen der ungeradwertigen. Eine Abweichung hiervon zeigt sich bloß beim Argon. Vom Ge bis zum Mo verlaufen die beiden Kurven dicht nebeneinander. Vom Mo an bleibt sie fast ausnahmslos oberhalb derjenigen der ungeradwertigen Elemente, wobei vom Ta bis zum Tl wieder starke Annäherung der beiden Kurven zu beobachten ist. Die Ursache für diese Erscheinung beruht eben wie im Falle der Atomgewichtsanomalien darauf, daß die die Atomgewichtszahlen der gerad- bzw. der ungeradwertigen Elemente bestimmenden Isotopen im allgemeinen verschiedene Lebensdauer besitzen werden. Aber auch die Stellung in der Moseleyschen Reihe scheint von Einfluß zu sein, indem im Gebiet der kleineren Ordnungszahlen (bis $M = 32$) die Isotopenzahlen der ungeradwertigen, in dem der höheren O.-Z. die der geradwertigen Elemente im allgemeinen dominieren. Auch die Elemente der seltenen Erden machen von dieser Regel keine Ausnahme, obwohl man bei ihnen von typischen geradwertigen Elementen nicht sprechen kann. Gerade aber dieses Verhalten, das auch die seltenen Erdelemente nicht ausnimmt, zeigt, daß wir es hier mit Gesetzen der Lebensdauer zu tun haben, die mit der „chemischen" Wertigkeit der Elemente nur bedingungsweise im Zusammenhang stehen. Die stärksten „Sprünge" in der Kurve der geradwertigen Elemente bemerken wir bei $S—A$ bzw. $A—Ca$, bei $Te—X$ und $Pb—Po$ bzw. $Po—Em$, also stets in der Nähe der nullwertigen Elemente. Zwei dieser „Sprünge" fallen, wie wir bereits gesehen, mit „Atomgewichtsanomalien" zusammen.

3. Elementenpaare.

Wie bereits angedeutet wurde, sehen wir, daß einem geradwertigen Element zumeist ein in seinen Eigenschaften ganz ähnliches ungeradwertiges entspricht, daß also bei drei aufeinanderfolgenden Elementen die Eigenschaften

1) Betrachten wir übrigens je zwei aufeinanderfolgende gerad- bzw. ungeradwertige Elemente für sich, so verschwindet jegliche „Anomalie". In diesem Fall müßte die Differenz der Isotopenzahlen natürlicherweise größer als 2 sein. Am nächsten kommt dieser Differenz die zwischen A und Ca (1,91).

2) In Wirklichkeit dürfte die Zahl der Isotopen schon wegen derjenigen, die dem Uranzerfall ihre Entstehung verdanken, zumindestens die doppelte sein.

3) Die Wahrscheinlichkeit eines derartigen Verwandtschaftsverhältnisses müßte sich durch Feststellung des konstanten Verhältnisses der beiden Elemente in charakteristischen Mineralien erhärten lassen.

4) Vgl. die seinerzeitigen Erklärungsversuche von Mendelejeff, B. Brauner, J. W. Retgers u. a. m.

des mittleren nicht genau das arithmetische Mittel derjenigen seiner Nachbarelemente darstellen[1]). Daß hierfür nicht das Atomgewicht oder die Isotopenzahl bestimmend ist, zeigt das Beispiel *Ca—Sc—Ti*. *Sc* besitzt eine Atomgewichts- bzw. eine Isotopenzahl, die fast genau in der Mitte zwischen derjenigen von *Ca* und *Ti* liegt, und trotzdem steht es in fast allen seinen Eigenschaften dem *Ca* weitaus näher als dem *Ti*[2]).

Auf das Vorhandensein derartiger „Zwillingselemente" hat bereits R. Lorenz im Jahre 1896 hingewiesen, kam aber hinsichtlich der „Paarung" zu im allgemeinen anderen Gruppierungen als Verf., worauf später noch zurückgekommen wird[3]).

Betrachten wir das erweiterte Zerfallsschema des Thoriums[3]), so ersehen wir, daß „Zwillinge" häufig im Verhältnis der β Umwandlung zueinander stehen. Durch β-Strahlung (strahlenlose Umwandlung) ändert sich bekanntlich die Masse des strahlenden Atoms nur unwesentlich. Dort, wo wir demnach „Zwillingspaare" antreffen, werden wir mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit eine Verknüpfung der Paarlinge durch β-Umwandlung annehmen dürfen.

Dies ist natürlich nicht unbedingt notwendig, da eine Übereinstimmung auch eintreten könnte, wenn zwei Elemente nicht direkt durch β Umwandlung verknüpft sind, sofern sie aber α-Strahlungsprodukte von Elementen sind, die ihrerseits durch β-Strahlung verbunden sind. Nimmt man z. B. nach Analogie des *U*-Zerfallsschemas den Zerfall des Proto-*Cr* in analoger Weise vor sich gegangen an, so erhalten wir folgendes analoges Bild:

Ti und *V* (bzw. ihre beiden Isotopen) stehen demnach im Verhältnis der β-Umwandlung zueinander, was zur Folge haben muß, daß auch ihre α-Strahlungsprodukte untereinander wieder große Ähnlichkeit aufweisen werden, analog wie dies z. B. bei *Ra* und *Ac* der Fall ist, welche Elemente untereinander in keinem direkten Zusammenhang stehen[4]).

Ganz analoge Verhältnisse haben wir auch in der *Mo*-Periode anzunehmen, wo die analoge Beziehung zwischen *Zr*, *Nb* und *Y* noch durch die stete Vergesellschaftung dieser Elemente im Fergusonit, Euxenit, Blomstrandit, Samarskit und anderen Mineralien gestützt wird.

Es wäre noch zu bemerken, daß die angeführte Übereinstimmung auch bei Paaren angetroffen wird, bei welchen das ungeradwertige Element stets eine höhere Isotopenzahl als das geradwertige besitzt, wie z. B. in der *Fe*-Periode: *TiV*, *CrMn*, *FeCo*, *NiCu*, *ZnGa*.

Man muß bei diesen Elementen annehmen, daß die ungeradwertigen unter ihnen durch β-Strahlung aus derzeit nicht mehr (oder nur in untergeordneten Mengen) existierenden (geradwertigen) Protoelementen gebildet wurden, die auf Grund der Isotopie in ihrem chemischen Verhalten mit den heute vorwiegenden Endgliedern übereinstimmten.

Dieser Fall tritt, wie bereits erwähnt, besonders in der *Fe*-Periode deutlich hervor, für deren Genesis wir folgendes Schema heranziehen müssen:

Wir bemerken hier, daß die Ähnlichkeit zwischen einem Protoelement (und daher auch seinem niedrigeren Isotopen) und dem Produkt der $1 \cdot \beta$-Umwandlung eine größere ist, als die zwischen diesen Produkten und denen der $2 \cdot \beta$-Strahlung. Zwei aufeinanderfolgende β-Strahlungen scheinen demnach nicht ganz gleichwertig zu sein, was als die Ursache der „Zwillingselemente" anzusehen ist.

Wir sehen auch, daß anscheinend strahlenlose „Endprodukte" wie *Ca*, *Fe* und *Cu* in relativ großen Mengen auftreten müssen, im Vergleich zu Gliedern, die auf Grund des obigen Zerfallsschemas als „Zwischenglieder" aufzufassen sind, wie die hypothetischen Protoelemente: Proto-*Ca*, -*Ti*, -*Cr*, -*Fe*, -*Ni* und -*Zn*, die in den derzeitigen Isotopengemischen der betreffenden Elemente meist nicht mehr als vorhanden anzunehmen sind (*Cr*, *Fe*, *Ni*) bzw. eine untergeordnete Rolle spielen (*Ca*, *Ti*, *Zn*)[1]).

Der Parallelismus zwischen gerad- und ungeradwertigen Elementen kommt besonders deutlich in den physikalischen Eigenschaften derselben zum Ausdruck. So zeigt die graphische Darstellung der zusammengehörigen Werte von Dichten und Isotopenzahlen (Fig. 2) einerseits sehr deutlich den angedeuteten Parallelismus, anderseits die Periodizität der Isotopenbildung in den mittleren und der großen Periode. Aber auch die entsprechenden Darstellungen der Schmelz- und Siedepunktskurven,

1) Wie dies u. a. Mendelejeff behauptet hat.

2) *Sc* zeigt allerdings in einigen Verbindungen ein Verhalten, das demjenigen der *Th*-Homologen *Zr* und *Th* ähnelt. So ist ScF_3 schwer löslich, ebenso wie ZrF_4 und ThF_4. Ferner löst sich $Sc_2(CO_3)_3$ im Überschuß von Na_2CO_3 auf, desgleichen *Zr*- und *Th*-Karbonat. Das Verhalten des Platindoppelcyanürs erinnert hingegen ganz an das des Yttrium, in dessen Gesellschaft es sich häufig vorfindet (Yttrotitanit, Polykras).

3) Zeitschr. f. anorg. Chem. **14**, 103, 1897.

4) *Ca* hat als Isotop des Proto-*Ca* chemisch die gleichen Eigenschaften wie dieses.

1) Diese Protoelemente erinnern lebhaft an die „missing links" in der Entwicklungsgeschichte der organisierten Welt. Die Fajansche Regel, derzufolge die Lebensdauer der α-Strahler derselben Gruppe mit abnehmendem Atomgewicht abnimmt, scheint im Gebiet der niederen O.-Z. eine Umkehrung zu erfahren. Diese Zeitschr. **13**, 14, 1912.

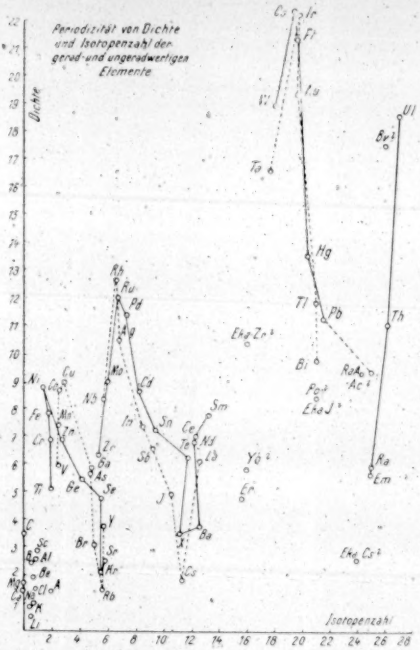


Fig. 2.

der Atomwärmen und anderer physikalischer Konstanten ergeben im allgemeinen ein ähnliches Bild. Auf Grund dieses Parallelismus ergeben sich die folgenden „Zwillingspaare“:

Tabelle II.

Li Be	*Ni Cu*	*Sn Sb*	*Ta W*
B C	*Zn Ga*	*Te J*	*Os Ir*
Na Mg	*Ge As*	*X Cs*	*Pt Au*
Al Si	*Se Br*	*Ba La*	*Hg Tl*
P S	*Kr Rb*	*Pr Nd*	(*Tl Pb*)
A K[1])	*Sr Y*	*Sm Eu*	*Pb Bi*
Ca Sc	*Zr Nb*	*Gd Tb*	(*Bi Po*)
Ti V	*Ru Rh*	*Dy Ho*	*Ra Ac*
Cr Mn	*Pd Ag*	*Er Tu*	
Fe Co	*Cd In*	*Yb Lu*	

Diese Gruppierung zeigt eine Abweichung von derjenigen R. Lorentz', der u. a. folgende Paare anführte: (*KCa*), (*VCr*), (*MnFe*), (*NiCo*), (*CuZn*), (*SeBr*).

Wie aber auch der Vergleich der chemischen Eigenschaften der Paarlinge zeigt, ist die Übereinstimmung bei der obigen Gruppierung eine weitaus bessere. Diese Übereinstimmung führt in zahlreichen Fällen zur analytischen Schwertrennbarkeit der Paarlinge, die besonders im Gebiet der seltenen Erdelemente eine bedeutende ist, derzufolge einige Paare seinerzeit als einheitliche Stoffe angesehen wurden (Didym, Ytterbium).

1) Einen Analogiepunkt zwischen Edelgasen und Erdalkalien bildet auch deren Einatomigkeit.

4. Die Stellung der seltenen Erdelemente im Zerfallsschema.

Daß „Zwillingselemente“ auch im Gebiet der seltenen Erden auftreten, ist ein weiterer Beweis dafür, daß diese Elemente nicht „außer“ das periodische System fallen, sondern innerhalb desselben eine eigentümliche Entwicklungsform darstellen.

Da diese Elemente auch auf Grund ihrer Röntgenspektren, mithin ihrer Ordnungszahlen keine Ausnahmestellung beanspruchen, so erscheint auch der Versuch, sie in ein Zerfallsschema einzuordnen, als berechtigt, zumal auch ihre stets gruppenweise Vergesellschaftung den Gedanken verwandtschaftlicher Beziehungen nahelegt[1]).

Während *La* und *Ce* in chemischer Hinsicht noch weitgehend ihren niedrigeren Homologen *Sc* und *Ti* entsprechen, ist bei den ihnen folgenden seltenen Elementen keine derartige Übereinstimmung mehr zu beobachten.

Nach der vom Verf. entwickelten Hypothese[2]) müssen wir für die seltenen Erdelemente mit Ausnahme von *La* und *Ce* die Annahme machen, daß bei ihnen weiter gegen den Kern liegende Elektronenringe (oder Schalen) Unterschiede aufweisen, während die äußersten „chemischen“ Ringe vollkommen übereinstimmen. Wir werden daher beim Vergleich der Elemente der *Ce*-Periode mit vorhergehenden Perioden nach anderen Ähnlichkeiten suchen müssen, als bei den übrigen Elementen.

Als eine solche „innere“ Ähnlichkeit dünkt dem Verf. das Fehlen des dem *Mn* homologen Elementes zwischen *Nd* und *Sm* (Moseleysche O.-Z. 61), welche homologen Elemente bekanntlich auch in der vorhergehenden und nachfolgenden Periode vermißt werden.

Das Fehlen dieses Elementes hängt allem Anschein nach mit der Periodizität des Atomzerfalls zusammen, der auch die „chemisch interperiodischen“ seltenen Erdelemente unterworfen sind.

1) So fanden Muthmann und Stützel (Ber. d. D. Chem. Ges. **32**, 2653, 1899) das Verhältnis von *Nd* zu *Pr* in einer Anzahl seltener Erdmineralien (Cerit, Orthit) aus weit voneinander entfernten Gebieten (Ural, Texas, Schweden) nahezu konstant.

2) Zeitschr. f. phys. Chem. **43**, 629, 1919.

Diese Elemente werden demnach zerfallsmechanisch mit gewissen Abschnitten des „periodischen" Teiles des Systems in Parallele zu stellen sein. Ein solcher Parallelismus ist auch bis zum *Tb* zu verfolgen, indem *Ce, Pr, Nd, ?, Sm* (zerfallsmechanisch) den Elementen *Ti, V, Cr, Mn, Fe*, die seltenen Elemente *Eu, Gd, Tb* dem *Co, Ni* und *Cu* entsprechen. Erstere finden sich stets vergesellschaftet in den Ceriterden, letztere in den Terbinerden vor. Die übrigen seltenen Erdelemente bieten auch zerfallsmechanisch wenig Analogie zu früheren Abschnitten. Ausgenommen sind *Yb, Lu* und *Eka Zr* (O.-Z. 72), welche wieder Analogie zur *Y—Zr*-Periode zeigen. Wir erhalten demnach durch Erweiterung des *Th*-Zerfallsschemas über das *W* hinaus folgendes Bild (siehe S. 717).

5. Symbolische Darstellung des Zerfallsprozesses.

Obwohl sich bereits Mendelejeff gegen eine graphische Darstellung des periodischen Systems ausgesprochen hat[3], so ist einer solchen ein gewisser symbolischer Wert doch nicht abzusprechen. Solche Versuche wurden daher wiederholt unternommen und es sei hier bloß an die räumlichen Darstellungen von W. Crookes (1898) und F. Soddy (1914) erinnert, welche Verf. in etwas modifizierter Form empfehlen möchte.

Man stelle sich den Zerfallsvorgang als periodische Schwingung vor, welche längs einer lemniskatenförmigen Spirale erfolgt. Die Lemniskatenhälften sind ungleich groß und umfassen einerseits die kleinen Perioden (je 7 Elemente), anderseits die großen Perioden (je 10 Elemente), während der Durchgang durch die Gleichgewichtslage (Mitte der Lemniskaten) durch die nullwertigen Edelgase gekennzeichnet wird, welche gewissermaßen den Übergang zwischen den kleinen und großen Perioden vermitteln. Die Interperiode der seltenen Erdelemente ist als eine „Schlinge" (Störung) in der Entwicklung der dritten großen Periode aufzufassen. Die Ordnungszahlen der Elemente werden durch den Lotabstand von einer zur Hauptachse der Spirale senkrechten Ebene dargestellt. Die senkrechte Entfernung von der Gleichgewichtslage charakterisiert im allgemeinen die Halogenwertigkeit der Elemente.

1) Die Atomgewichte der unterstrichenen Isotopen kommen den tatsächlich gefundenen ziemlich nahe.

2) Bemerkenswert ist die Komplementärfarbe von Ionen, deren Elemente durch β-Umwandlung verbunden erscheinen, z. B. *Co—Ni, Pr—Nd, Dy—Ho* (hellgrün-rosa) und *Er—Tu* (rosa-blaugrün) (siehe S. 717).

3) C. Schmidt, Das periodische System der chemischen Elemente. Leipzig, 1917.

Alle wirklichen Homologen kommen bei dieser Darstellungsweise genau übereinander zu liegen (Gruppen des periodischen Systems). Die seltenen Erdelemente, mit Ausnahme der am Anfang (*La, Ce*) und am Ende der Schlinge befindlichen (*Yb, Lu*) fallen in den Raum, der durch die großen Lemniskaten gebildet wird, hinein, erscheinen demnach „interperiodisch" (s. Fig. 3).

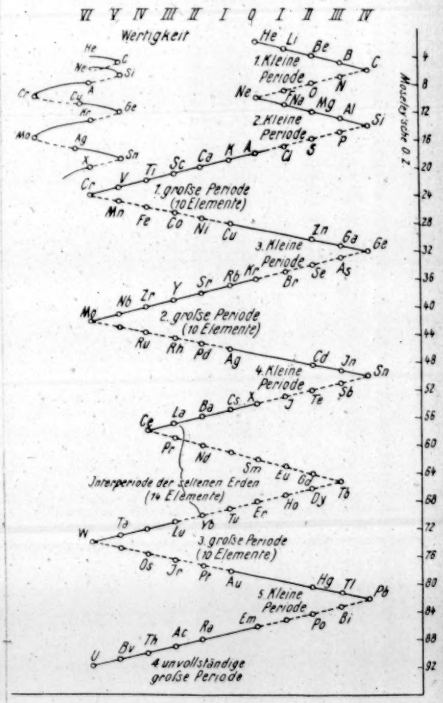
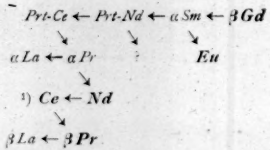


Fig. 3.

Diese Darstellung wurde in Tab. IV schematisch wiedergegeben als modifizierte Schreibart des periodischen Systems.

6. Beziehung zwischen Dichte und Isotopenzahl.

Die Erscheinung der Periodizität von Isotopenzahlen und Dichten der Elemente hat zur Folge, daß homologe Elemente in der graphischen Darstellung der Fig. 2 im allgemeinen auf Geraden zu liegen kommen. Die Dichtezunahme in homologen Elementereihen (Grup-



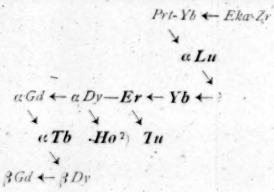


Tabelle IV.

Schematische Darstellung des Systems der Elemente als periodische Funktionen ihrer Ordnungszahlen und Wertigkeiten.

Normale Halogenwertigkeit	1	2	3	4	5	6	5	4	3	2	1	0	1	2	3	4	3	2	1	
												He 2	*Li* 3	*Be* 4	*B* 5	*C* 6	*N* 7	*O* 8	*F* 9	1. kleine Periode
												Ne 10	*Na* 11	*Mg* 12	*Al* 13	*Si* 14	*P* 15	*S* 16	*Cl* 17	2. kleine Periode
1. große Periode	*Cu* 29	*Ni* 28	*Co* 27	*Fe* 26	*Mn* 25	*Cr* 24	*V* 23	*Ti* 22	*Sc* 21	*Ca* 20	*K* 19	*A* 18								
	Besitzen farbige Ionen												(*Cu*)	*Zn* 30	*Ga* 31	*Ge* 32	*As* 33	*Se* 34	*Br* 35	3. kleine Periode
2. große Periode	*Ag* 47	*Pd* 46	*Rh* 45	*Ru* 44	— 43	*Mo* 42	*Nb* 41	*Zr* 40	*Y* 39	*Sr* 38	*Rb* 37	*Kr* 36								
	Interperiode der seltenen Erdelemente (größtenteils farbige Ionen)												(*Ag*)	*Cd* 48	*In* 49	*Sn* 50	*Sb* 51	*Te* 52	*J* 53	4. kleine Periode
	Lu 71	*Yb* 70	*Tu* 69	*Er* 68	*Ho* 67	*Dy* 66	*Tb* 65	*Gd* 64	*Eu* 63	*Sm* 62	— 61	*Nd* 60	*Pr* 59	*Ce* 58	*La* 57	*Ba* 56	*Cs* 55	*X* 54			
3. große Periode	*Au* 79	*Pt* 78	*Ir* 77	*Os* 76	— 75	*W* 74	*Ta* 73	— 72												
	Besitzen farbige Ionen												(*Au*)	*Hg* 80	*Tl* 81	*Pb* 82	*Bi* 83	*Po* 84	— 85	5. kleine Periode
4. große Periode (unvollständig)						*U* 92	*Bv* 91	*Th* 90	*Ac* 89	*Ra* 88	— 87	*Em* 86								

1) 2) Siehe S. 716.

pen des periodischen Systems) erfolgt also proportional dem Wachsen der Isotopenzahlen oder die Dichtezunahme der Elemente pro Einheit der Isotopenzahl ist annähernd eine Konstante. Auf Grund dieser Gesetzmäßigkeit ist es möglich, die Dichten von derzeit noch unbekannten Elementen oder von solchen, die nur in unwägbaren Mengen bekannt sind (Radioelemente) mit ziemlicher Wahrscheinlichkeit zu berechnen[1]) (s. Tab. III).

Tabelle III.

Gruppe des periodischen Systems	Dichtezunahme pro Einheit der Isotopenzahl	Berechnete Dichte unbekannter oder seltener Elemente
K—Rb—Cs—Eka Cs	0,06	*Eka Cs* 2,0
Ca—Sr—Ba—Ra	0,18	*Ra* 6,0
Sc—Y—Yb	0,20	*Yb* 5,8
Sc—La—Ac	0,28	*Ac* 9,4
Ti—Zr—Eka Zr	0,38	*Eka Zr* 10,4
Ce—Th	0,30	
Ge—Sn—Pb	0,34	
Zn—Cd—Hg	0,4	
Ga—In—Tl	0,4	
Cr—Mo—U	0,5	
Mo—W	0,84	
V—Nb—Ta	0,7	
Nb—Bv	0,5	*Bv* 17,6
Fe—Ru—Os	0,83	
Se—Te—Po	0,44	*Po* 8,5
Cl—Br—I—Eka I	0,35	*Eka I* 8,5

Aus Fig. 2 folgt noch, daß *U I* als das eigentliche Homologe des *Cr* und *Mo* anzusehen ist, während die Homologie des *W* anscheinend eine Störung durch die Ausbildung der seltenen Erdelemente erfahren hat[2]). Da sich ferner *Nb*:*Mo* sowie *Bv*:*U I* verhält, so wird sich *Nb*:*Bv* wie *Mo*:*U* verhalten. Aus dieser Beziehung ergibt sich die Dichte des *Bv* zu 17,6. Desgleichen dürfte *Bv* in chemischer Hinsicht dem *Nb* ähnlicher sein als dem *Ta*, ebenso wie *U* dem *Mo* chemisch näher steht.

Interessant ist noch, daß bei den meisten Elementen der beiden ersten kleinen Perioden von der obigen Gesetzmäßigkeit nicht viel zu merken ist. So steigt wohl die Dichte in den Reihen *Li—Na—K* und *B, Al, Sc* an, fällt aber in der Reihe *Be—Mg—Ca* ungefähr im gleichen Grade ab. Bei diesen Elementen kann man auch noch von keiner eigentlichen Isotopenzahl = Kernelektronenzahl sprechen (bis *Ca* stets kleiner als 1), weshalb ja bis zu diesem Element die Moseleysche O.-Z. fast genau gleich dem halben Atomgewicht ist.

(Eingegangen 11. August 1920.)

1) Dabei wurde vorausgesetzt, daß die Dichten von Isotopen, die verschiedenen Zerfallsfamilien angehören (z. B. *Io* und *Th*), nur prop. dem Unterschied ihrer Isotopenzahlen voneinander abweichen. Diese Gesetzmäßigkeit tritt lange nicht so scharf auf, wenn man statt der Isotopenzahlen die Atomgewichte zugrunde legt.

2) Zeitschr. f. phys. Chem. **43**, 631, 1919.

Über die Natur der Spaltbarkeit der Kristalle.

Von Georg Wulff.

Die Spaltbarkeit ist eine der auffallendsten und doch am wenigsten erforschten Eigenschaften der Kristalle. Wir wissen nur, daß sie von den äußeren Begrenzungen des Kristalls nicht abhängt und daß sie deshalb in innigem Zusammenhang mit der inneren Struktur des Kristalls stehen muß.

Nun wissen wir jetzt, dank den schönen Untersuchungen von W. H. Bragg und W. L. Bragg, daß die Elemente der Kristallstruktur nicht die Moleküle oder sonstige Atomenkomplexe sind, sondern die einzelnen Atome selbst. Aus dieser Tatsache folgt unmittelbar, daß die Kohäsionskräfte zwischen den Elementen der Struktur des Kristalls, mit denen die Spaltbarkeit, wie schon gesagt wurde, in innigstem Zusammenhange stehen muß, von chemischer Natur sein müssen. Wenn wir die Sache von diesem Standpunkt aus betrachten wollen, so können wir die Ursache und die Richtung der Spaltbarkeit in denjenigen Kristallen erklären, deren Struktur uns jetzt bekannt ist.

Um die Idee dieser Erklärung am anschaulichsten vorzustellen, betrachten wir eine Atomkette, welche aus Atomen *A* und *B* von zwei chemisch gleichwertigen Elementen zusammengesetzt ist, und nehmen an, daß die Abstände zwischen den Atomen überall gleich sind. Eine solche Atomkette kann zwei verschiedene Strukturen besitzen, und zwar

1. . . . . *A—B—A—B—A—B—* . . . .,
2. . . . . *—A—B—B—A—A—B—* . . . .,

Die erste Kette hat keine bevorzugten Stellen, in welchen sie unter Anwendung äußerer Kraft brechen würde, in der zweiten aber sind solche Stellen angedeutet: sie liegen zwischen den gleichen Atomen *A* oder *B*, da die chemischen Kräfte in solchen Stellen ein Minimum besitzen. Eine solche Atomkette besitzt, sozusagen, Spaltbarkeit.

Betrachten wir also von diesem Standpunkt eine Reihe von Kristallen, deren Struktur uns bekannt ist.

1. Flußspat. Die Anordnung der Atome nach den drei wichtigsten Flächen (100), (110) und (111) in den Kristallen dieses Stoffes läßt sich bekanntlich folgendermaßen darstellen (Fig. 1).

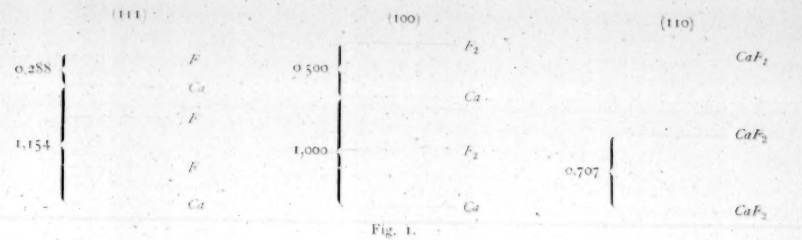


Fig. 1.

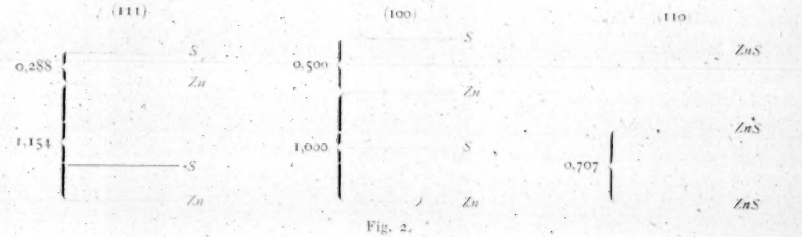


Fig. 2.

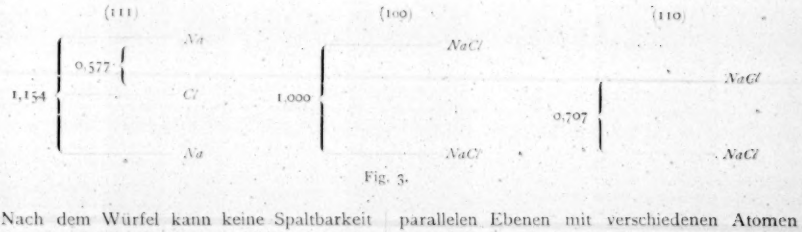


Fig. 3.

Nach dem Würfel kann keine Spaltbarkeit vorkommen, da die einzelnen parallelen Atomenebenen chemisch verschieden sind und durch Affinitätskräfte zusammenhalten. Die Ebenen (110) sind chemisch gesättigt und man kann für sie die Fähigkeit erwarten, sich leicht voneinander zu trennen. Doch ist die Trennung noch leichter für die dem Oktaëder parallelen Ebenen, da hier die benachbarten Ebenen mit gleichen Atomen besetzt sind. Obwohl im Vergleich mit dem Dodekaëder diese Ebenen näher aneinanderliegen im Verhältnis

$$\frac{1}{3}\sqrt{3} : \frac{1}{2}\sqrt{2} = 0{,}578 : 0{,}707,$$

müssen doch die Anziehungskräfte zwischen den Ebenen (111) die minimale Größe besitzen. Bekanntlich besitzt der Flußspat eine vollkommene Spaltbarkeit nach dem Oktaëder.

2. Zinkblende. Die Anordnung der Atome in den Kristallen dieses Stoffes ist durch die Fig. 2 veranschaulicht. Die Kristalle von solcher Struktur können weder nach dem Würfel noch nach dem Oktaëder spalten, da die einander parallelen Ebenen mit verschiedenen Atomen besetzt sind. Die einzige Richtung nach der die Spaltbarkeit möglich ist, ist diejenige des Dodekaëders, was der Wirklichkeit entspricht.

3. Die Struktur des Diamanten ist derjenigen der Zinkblende identisch, nur fällt die Verschiedenheit der Atome fort. In solchen Fällen bleibt nur der relative Abstand der Atomenflächen nach den verschiedenen kristallographischen Ebenen als diejenige Größe, welche die Anisotropie der Kohäsionskräfte bestimmen kann. Den größten Abstand haben die dem Oktaëder parallelen Ebenen, was der oktaëdrischen Spaltbarkeit des Diamanten entspricht.

4. Steinsalz besitzt vollkommene Spaltbarkeit nach dem Würfel (100). Eine Spaltbarkeit nach dem Oktaëder (Fig. 3) ist ausgeschlossen. Zwischen den Ebenen (100) und (110), die chemisch gesättigt sind, soll der Abstand der Ebenen entscheiden, was zugunsten des Würfels ausfällt.

5. Kalkspat soll nach dem Rhomboëder (100) spalten, da parallel demselben die Paare von

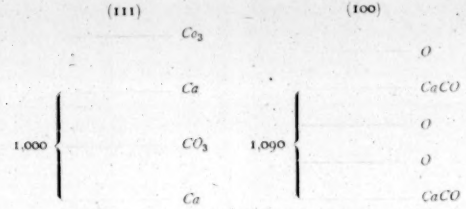


Fig. 4.

benachbarten Ebenen verlaufen, die mit lauter Sauerstoffatomen besetzt sind (Fig. 4).

6. Schwefel besitzt keine Spaltbarkeit. Wie beim Diamanten hängt beim Schwefel die Anisotropie der Kohäsion nur von den relativen Abständen der Atomebenen ab. Nun variieren diese Abstände für verschiedene wichtige Kristallflächen dieses Stoffes sehr wenig, wie das aus dem folgenden Täfelchen zu ersehen ist. Der Schwefel besitzt also keine ausgeprägte Richtung von minimaler Kohäsion

(110)	(111)	(010)	(011)	(100)	(101)	(005)
1,00	0,99	0,79	0,69	0,66	0,58	0,41

Ich glaube die vorgeführten Beispiele genügen, um die chemische Natur der die Spaltbarkeit bestimmenden Kräfte zu beweisen und zu zeigen, daß es möglich ist, das Vorhandensein und die Richtung der Spaltbarkeit aus der Struktur des Kristalls zu bestimmen. Selbstverständlich kann man umgekehrt sich der Spaltbarkeit bedienen, um die Struktur des Kristalls festzustellen.

(Eingegangen 26. September 1920.)

BESPRECHUNGEN.

M. Lindow, Integralrechnung. (Aus Natur und Geisteswelt 673.) 8°. 102 S. m. 43 Fig. im Text und 200 Aufgaben. 2. Auflage. Leipzig, B. G. Teubner. 1919. M. 1.20, geb. M. 1.50.

Das Buch soll durch seine auf das Praktische gerichtete Eigenart dem Leser nicht nur Wissen, sondern auch Können vermitteln. Mit möglichst geringem Formelrüstzeug werden zahlreiche Beispiele aus den verschiedensten Gebieten der Mathematik und Physik behandelt, und durch geschickt ausgewählte Aufgaben der Leser zum selbständigen Arbeiten angeregt. Eine große Rolle spielen die Näherungsmethoden, die auch vor uneigentlichen Integralen nicht halt machen. Bemerkenswert ist die Zusammenstellung von Prüfungsmethoden für ausgeführte Integrationen.

Dr. König.

O. Prölß, Graphisches Rechnen. (Aus Natur und Geisteswelt 708.) 8°. 103 S. m. 164 Fig. Leipzig, B. G. Teubner. 1920. M. 1.20, geb. M. 1.50.

Das Büchlein bringt eine Fülle graphischer Methoden, von der einfachen Addition bis zur Lösung der kompliziertesten Gleichungen. Vieles wird sich der praktische Rechner mit Vorteil zu eigen machen, obwohl einzelne Verfahren niemals die entsprechenden numerischen verdrängen werden.

Wünschenswert wäre es gewesen, wenn auf Kosten der elementaren Operationen die graphische Infinitesimalrechnung eingehender behandelt worden wäre. Erwerben die graphischen Methoden doch gerade auf diesem Gebiet erst ihre allgemeine Bedeutung und bieten durch die Lösung von Differentialgleichungen dem Praktiker ein nicht zu unterschätzendes Hilfsmittel.

Dr. König.

Personalien.

(**Der Herausgeber bittet die Herren Fachgenossen, der Schriftleitung von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.**)

Habilitiert: An der Technischen Hochschule Hannover Dr. Hermann Braune für physikalische Chemie.

Ernannt: Der Honorarprofessor an der Technischen Hochschule Dresden Emil Naetsch zum ord. Professor für analytische Geometrie ebenda, der Professor für chemische Ingenieurwissenschaften an der Universität Cincinnati O. R. Sweeney in gleicher Eigenschaft an das Jowa Staate College Amer, der a. o. Professor und Direktor des Pharmazeutischen Instituts an der Universität Berlin Geh. Regierungsrat Dr. Hermann Thoms zum ord. Professor für angewandte Chemie an derselben Hochschule.

Berufen: Der ord. Professor an der Landwirtschaftlichen Hochschule Berlin Dr. Julius v. Braun zum ord. Professor der Chemie an der Universität Frankfurt a. M., der Observator am Geodätischen Institut zu Potsdam Professor Dr. Erich Przybyllok zum ord. Professor der Astronomie an der Universität Königsberg.

Gestorben: Der frühere Professor für Geologie und Erdölforschung an der Universität Chicago Dr. J. Paxton Iddings, der Dozent für algebraische Analyse und Trigonometrie und Assistent für Geodäsie an der Technischen Hochschule Hannover Professor Max Petzold.

Für die Schriftleitung verantwortlich Dr. Georg Hirzel in Leipzig. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

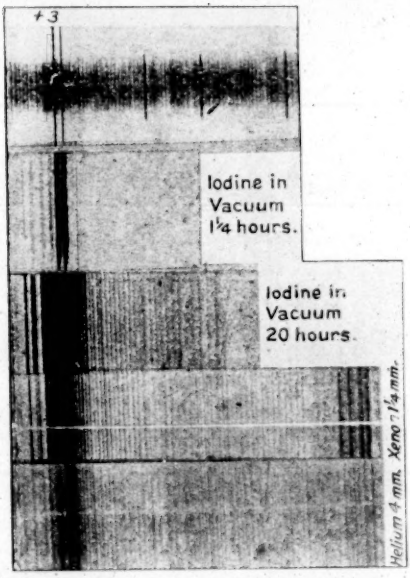

+3
a
Iodine in
Vacuum
1¼ hours.
b
Iodine in
Vacuum
20 hours.
c
d
e
Helium 4 mm. Xeno 1/4 mm.

Fig. 1.

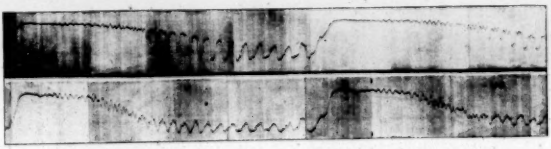


Fig. 2.